

Aufgabenblatt 2

1. Ein Unternehmen produziert ein Gut y mit der Produktionsfunktion

$$f(L), \quad f'(L) > 0, \quad f''(L) < 0.$$

Dabei ist die Firma der einzige Nachfrager (Monopsonist) von Arbeit (L) und sieht sich der Angebotsfunktion

$$w(L), w'(L) > 0$$

gegenüber. y wird auf einem Wettbewerbsmarkt zum Preis p verkauft.

- (a) Interpretieren Sie die Angebotsfunktion.
- (b) Stellen Sie das Optimierungsproblem auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Optimum.
- (c) Warum ist das Ergebnis nicht optimal? Fertigen Sie eine Zeichnung an und interpretieren Sie diese. Wie groß sind Produzenten- und Konsumentenrente sowie der Wohlfahrtsverlust?
- (d) Berechnen Sie das Optimum des Monopsonisten für

$$\begin{aligned} f(L) &= \sqrt{L} \\ w(L) &= L \\ p &= 4000 \end{aligned}$$

2. Nehmen Sie an, dass ein Monopolist ein Gut im In- (1) und Ausland (2) verkauft. Die Preis-Absatz-Funktionen sind

$$p_1 = 100 - q_1 \quad p_2 = 80 - 2q_2$$

und die Kostenfunktion des Monopolisten ist

$$C = (q_1 + q_2)^2$$

Nehmen Sie an, dass Arbitrage zwischen den Märkten nicht möglich ist.

- (a) Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Preise und Outputmengen für die beiden Länder sowie den Gewinn des Monopolisten.
 - (b) Interpretieren Sie das Ergebnis.
3. Nehmen Sie an, dass ein Monopolist ein Gut in zwei Fabriken mit den Kostenfunktionen $C_1 = 10q_1$ und $C_2 = 5q_2^2$ herstellt. Die Preis-Absatz-Funktion ist gegeben durch

$$p = 100 - (q_1 + q_2)$$

- (a) Berechnen Sie die gewinnmaximalen Outputmengen q_1 und q_2 .
 - (b) Interpretieren Sie die Bedingungen 1. Ordnung.
4. Klausuraufgabe Sommer 2003
- Ein Monopolist kann zwei Güter produzieren. Die inverse Nachfrage nach x_1 beträgt $p_1 = 8 - x_1$, die inverse Nachfrage nach x_2 beträgt $p_2 = 10 - 2x_2$. Die Grenzkosten der Produktion sind $c_1 = 3$ beziehungsweise $c_2 = 4$.
- (a) Welche Mengen wird der Monopolist im Optimum produzieren? Erläutern Sie kurz die Intuition Ihres Ergebnisses.
 - (b) Gehen Sie nun davon aus, dass die Gesamtproduktion des Monopolisten maximal 3 Einheiten erreichen kann. Berechnen Sie wiederum die im Optimum produzierten Mengen. Wählen Sie eine geeignete Graphik, um Ihr Ergebnis zu veranschaulichen, und erläutern Sie Ihr Ergebnis.
 - (c) Wegen der Beschränkung der Gesamtproduktion möchte der Staat die Produktion von x_2 fördern und führt eine Stücksubvention ein. Die Stücksubvention $s_2 \in (0, 4)$ reduziert die Grenzkosten c_2 . Zeigen und erklären Sie graphisch (**keine Berechnung!**), wie sich die Subvention auf das Ergebnis auswirkt.

- (d) Gehen Sie nun wieder von der Situation in Teilaufgabe b) (ohne Subvention, aber mit Beschränkung der Gesamtproduktion) aus. Nehmen Sie an, dass nur bei der Produktion von x_1 Fixkosten F_1 anfallen. Wie hoch dürfen diese Fixkosten maximal sein, damit im Optimum eine positive Menge x_1 produziert wird? Ändern sich die im Optimum produzierten Mengen x_1 und x_2 ? Wie lautet Ihre Antwort, wenn die Fixkosten über dieser maximalen Schwelle liegen?

5. * Klausuraufgabe Sommer 2001

Eine Studentin bereitet sich (natürlich über ein ganzes Semester hinweg!) auf Prüfungen in zwei Fächern vor. Sie nimmt die erreichbare Punktzahl $g_i(t_i)$ in jedem Fach $i = 1, 2$ als Funktion der eingesetzten Vorbereitungszeit in Wochenstunden t_i an. Die Studentin möchte die durchschnittliche Punktzahl abzüglich der Summe der Anstrengungskosten $c_i(t_i)$ maximieren.

- (a) Geben Sie allgemein die notwendigen Bedingungen für den optimalen Arbeitseinsatz (in Wochenstunden) für jedes der beiden Fächer an.
- (b) Wie hoch ist der optimale Arbeitseinsatz, wenn

$$g_1 = 20 + 20 \cdot t_1 \qquad g_2 = 40 + 8 \cdot t_2$$

$$c_1(t_1) = t_1^2 \qquad c_2(t_2) = t_2^2$$

Interpretieren Sie den Verlauf der Anstrengungskosten ökonomisch.

- (c) Ein anderer Student hat dieselbe Nutzenfunktion und legt dieselben Prüfungen ab, wobei g_1 , g_2 und c_1 wie in Teilaufgabe b) gegeben sind. Allerdings betragen seine Anstrengungskosten für das zweite Fach

$$c_2(t_2) = 2 \cdot t_2$$

und er hat nur 7 Wochenstunden Vorbereitungszeit für beide Fächer zur Verfügung. Wird er weniger Zeit auf Fach 1 verwenden als seine Kommilitonin?

Argumentieren Sie mit Hilfe der Bedingungen erster Ordnung, die Sie zu Beginn der Aufgabe berechnet haben, und berechnen Sie die neuen Optima. Lösen Sie **nicht** das beschränkte Maximierungsproblem.

6. * Klausuraufgabe Winter 2002/03

Ein Unternehmen produziert ein Gut y mit der Produktionsfunktion $f(x) = \sqrt{x}$. Dabei ist das Unternehmen der einzige Nachfrager nach dem Inputgut x (Monopsonist). Die **Grenzkosten** hängen von der nachgefragten Menge ab: $c(x) = \frac{1}{2}x$. Zusätzlich muss er einen fixen Kostenanteil in Höhe von $F = 10000$ tragen, der anfällt, sobald eine positive Menge produziert wird. (Seine Kostenfunktion ist also gegeben durch: $C(x) = \frac{1}{2}x \cdot x + 10000$.) Das Gut y wird auf einem vollkommenen Konkurrenzmarkt zum Preis $p = 2000$ verkauft. *Hinweis: Runden Sie gegebenenfalls auf ganze Zahlen!*

- (a) Welche Menge des Inputgutes fragt der Monopsonist im Optimum nach und zu welchen Kosten? Ist die Bedingung erster Ordnung auch hinreichend?
- (b) Zeigen Sie, dass der Monopsonist im Optimum weniger als die sozial optimale Menge nachfragt. Zeichnen Sie Ihr Ergebnis sowie den resultierenden Wohlfahrtsverlust in einer beschrifteten **Skizze** ein.
- (c) Gehen Sie davon aus, dass das soziale Optimum bei $x = 159$ liegt. Der Staat möchte den Wohlfahrtsverlust mit Hilfe einer Stücksubvention s verhindern. Wie hoch muss s gesetzt werden, damit der Monopsonist genau die sozial optimale Menge von x wählt? (Tipp: Die Stücksubvention s senkt die Grenzkosten $c(x) = \frac{1}{2}x$.)
- (d) Nun zahlt der Staat keine Stücksubvention mehr, sondern stellt dem Monopsonisten die Menge $x = 159$ kostenlos zur Verfügung. Was ist jetzt das für den Monopsonisten optimale x ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (e) Betrachten Sie wiederum das Maximierungsproblem des Monopsonisten ohne Staatseingriff. Der fixe Kostenanteil erhöht sich von $F = 10000$ auf $F = 20000$. Welche Inputmenge fragt der Monopsonist jetzt nach?