

## Aufgabenblatt 7

1. Betrachten Sie die Nutzenfunktion  $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^{1-\alpha}$ , wobei  $0 < \alpha < 1$ . Die Güterpreise sind  $p_1$  und  $p_2$ .
  - (a) Stellen Sie das Ausgabenminimierungsproblem auf und berechnen Sie die Hicks'schen Nachfragefunktionen  $H_i$ .
  - (b) Berechnen Sie die Ausgabenfunktion  $m(u, p)$ .
  - (c) Zeigen Sie:
    - i. Die Ausgabenfunktion ist homogen vom Grade 1 in  $p$
    - ii. Die Ausgabenfunktion ist nicht-fallend in  $p$ .
    - iii. Die Ausgabenfunktion ist nicht-fallend in  $u$ .
  - (d) Zeigen Sie Shepard's Lemma:  $\frac{\partial m}{\partial p_i} = H_i$
  - (e) Leiten Sie die indirekte Nutzenfunktion durch Invertieren der Ausgabenfunktion ab.
2. \* Ein Konsument hat die streng quasikonkave Nutzenfunktion  $u(x_1, x_2)$  sowie das Einkommen  $m$ .
  - (a) Stellen Sie die Lagrange Funktion auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Nutzenmaximum.
  - (b) Zeigen Sie mit und ohne Verwendung des Envelope-Theorems:
    - i. Die Ableitung der indirekten Nutzenfunktion nach dem Einkommen  $m$  ist gleich dem Lagrange-Multiplikator  $\lambda$  aus dem Nutzenmaximierungsproblem.
    - ii. Die Ableitung der indirekten Nutzenfunktion nach dem Preis  $p_i$  ist gleich  $-x_i \cdot \lambda$ .

Stellen Sie mit diesen Ergebnissen Roy's Identität auf und interpretieren Sie sie.

- (c) Betrachten Sie die Nutzenfunktion  $u(x_1, x_2) = \alpha \cdot \ln x_1 + (1 - \alpha) \cdot \ln x_2$  und bestätigen Sie Ihre Ergebnisse aus der Teilaufgabe (b).

### 3. Klausuraufgabe Sommer 2002

Ein Individuum habe die folgende indirekte Nutzenfunktion:

$$v(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} + \frac{p_2 \cdot a^2}{4 \cdot p_1}$$

- (a) Berechnen Sie die Marshall'schen Nachfragen  $D_1$  und  $D_2$ . Interpretieren Sie evtl. benutzte Hilfssätze ökonomisch.
- (b) Eine Eigenschaft der indirekten Nutzenfunktion ist, daß sie nicht steigend in den Preisen ist. Verifizieren Sie, daß die angegebene indirekte Nutzenfunktion diese Eigenschaft erfüllt. Ist diese Eigenschaft immer erfüllt? (Tipp: Beachten Sie:  $\frac{\partial v}{\partial p_2} = -\frac{1}{p_2} \cdot D_2$ .)
- (c) Welche weiteren Eigenschaften der indirekten Nutzenfunktion kennen Sie? Überprüfen Sie, ob die oben angegebene indirekte Nutzenfunktion diese Eigenschaften hat.
- (d) Berechnen Sie die Ausgabenfunktion und die Hick'schen Nachfragen und vergleichen Sie ihr Ergebnis mit (a). Was wissen Sie jetzt über die Nutzenfunktion des Individuums und woran haben Sie das erkannt?

### 4. Klausuraufgabe Winter 2001/02

Ein Individuum hat folgende Ausgabenfunktion:  $m(p_1, p_2, \bar{u}) = p_2 \cdot \bar{u} - \frac{1}{4} \cdot \frac{p_2^2}{p_1}$

- (a) Zeigen Sie, dass die Ausgabenfunktion homogen vom Grade 1 in den Preisen ist. Interpretieren Sie dieses Ergebnis.
- (b) Berechnen Sie die Hicks'schen Nachfragen nach Gut 1 und Gut 2. Interpretieren Sie eventuell verwendete Hilfssätze ökonomisch.
- (c) Berechnen Sie die Marshall'schen Nachfragen nach Gut 1 und Gut 2. Interpretieren Sie eventuell verwendete Hilfssätze ökonomisch.
- (d) Erläutern Sie verbal und anhand einer geeigneten Grafik den Unterschied zwischen den Nachfragen nach Gut 2 in den Teilaufgaben b)

und c), wenn der Preis des Gutes 2 sinkt. Gelten Ihre Erklärungen auch für Gut 1 bei einer Preissenkung von  $p_1$ ?

5. Stellen Sie Einkommens- und Substitutionseffekt bei einem Preisanstieg graphisch dar

- (a) für ein gewöhnliches Gut.
- (b) für ein Giffen-Gut.

6. Klausuraufgabe Sommer 2003

Die Slutsky-Zerlegung für eine Veränderung des eigenen Preises  $p_i$  eines Gutes  $x_i$  ist gegeben durch

$$\frac{\partial D_i}{\partial p_i} = \frac{\partial H_i}{\partial p_i} - D_i \cdot \frac{\partial D_i}{\partial m}$$

wobei  $D_i$  die Marshall'sche und  $H_i$  die Hick'sche Nachfrage nach Gut  $i$  ist.  $m$  beschreibt das Budget, das dem Konsumenten zur Verfügung steht.

- (a) Interpretieren Sie diese Zerlegung ausführlich.
- (b) Stellen Sie die Slutsky-Zerlegung graphisch in einem  $x_1 - x_2$ -Diagramm für ein normales und gewöhnliches Gut dar, wenn der Preis dieses Gutes sinkt. Zeichnen Sie in einer weiteren Graphik die Hick'sche und Marshall'sche Nachfrage nach diesem Gut.
- (c) Ein Individuum hat die indirekte Nutzenfunktion

$$v(p_1, p_2, m) = \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + \left(\frac{m}{p_2} - 1\right)$$

Berechnen Sie für Gut 2 alle in der Slutsky-Zerlegung enthaltenen Terme und zeigen Sie so, dass die Slutsky-Zerlegung gilt.

7. \* Klausuraufgabe Sommer 1999

Gegeben ist die indirekte Nutzenfunktion  $v(p_1, p_2, m) = \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + \frac{m}{p_2} - 1$ .

- (a) Ermitteln Sie die Marshall'schen Nachfragefunktionen nach Gut 1 und Gut 2.
- (b) Ermitteln Sie die Ausgabenfunktion und zeigen Sie, dass diese homogen vom Grade 1 in  $p$  ist.

- (c) Ermitteln Sie die Hicks'schen Nachfragefunktionen nach Gut 1 und Gut 2.
- (d) Was wissen Sie jetzt über die (direkte) Nutzenfunktion, und woran haben Sie das erkannt?

8. \* Klausuraufgabe Winter 2002/03

Ein Individuum habe die folgende indirekte Nutzenfunktion:

$$v(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1^\alpha p_2^{1-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < 1$$

- (a) Welche Eigenschaften der indirekten Nutzenfunktion sind Ihnen bekannt? Zeigen Sie, dass obige indirekte Nutzenfunktion diese Eigenschaften erfüllt.
- (b) Berechnen Sie die Marshall'schen Nachfragen  $D_1$  und  $D_2$  und interpretieren Sie eventuell benutzte Hilfssätze ökonomisch.
- (c) Berechnen Sie die Ausgabenfunktion und zeigen Sie, dass diese homogen vom Grade 1 in den Preisen ist. Erklären Sie die Intuition für dieses Resultat.
- (d) Leiten Sie die Hick'schen Nachfragen  $H_1$  und  $H_2$  ab.