

Aufgabenblatt 7

1. Betrachten Sie die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^{1-\alpha}$, wobei $0 < \alpha < 1$. Die Güterpreise sind p_1 und p_2 .
 - (a) Stellen Sie das Ausgabenminimierungsproblem auf und berechnen Sie die Hicks'schen Nachfragefunktionen H_i .
 - (b) Berechnen Sie die Ausgabenfunktion $m(u, p)$.
 - (c) Zeigen Sie:
 - i. Die Ausgabenfunktion ist homogen vom Grade 1 in p
 - ii. Die Ausgabenfunktion ist nicht-fallend in p .
 - iii. Die Ausgabenfunktion ist nicht-fallend in u .
 - (d) Zeigen Sie Shepard's Lemma:
$$\frac{\partial m}{\partial p_i} = H_i$$
 - (e) Leiten Sie die indirekte Nutzenfunktion durch Invertieren der Ausgabenfunktion ab.
2. Ein Konsument hat die streng quasikonkave Nutzenfunktion $u(x_1, x_2)$ sowie das Einkommen m .
 - (a) Stellen Sie die Lagrange Funktion auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Nutzenmaximum.
 - (b) Zeigen Sie mit und ohne Verwendung des Envelope-Theorems:
 - i. Die Ableitung der indirekten Nutzenfunktion nach dem Einkommen m ist gleich dem Lagrange-Multiplikator λ aus dem Nutzenmaximierungsproblem.

- ii. Die Ableitung der indirekten Nutzenfunktion nach dem Preis p_i ist gleich $-x_i \cdot \lambda$.

Stellen Sie mit diesen Ergebnissen Roy's Identität auf und interpretieren Sie sie.

- (c) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = \alpha \cdot \ln x_1 + (1 - \alpha) \cdot \ln x_2$ und bestätigen Sie Ihre Ergebnisse aus der Teilaufgabe (b).
3. Stellen Sie Einkommens- und Substitutionseffekt bei einem Preisanstieg graphisch dar
- (a) für ein gewöhnliches Gut.
- (b) für ein Giffen-Gut.

4. Klausuraufgabe Sommer 1999

Gegeben ist die indirekte Nutzenfunktion $v(p_1, p_2, m) = \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + \frac{m}{p_2} - 1$.

- (a) Ermitteln Sie die Marshall'schen Nachfragefunktionen nach Gut 1 und Gut 2.
- (b) Ermitteln Sie die Ausgabenfunktion und zeigen Sie, dass diese homogen vom Grade 1 in p ist.
- (c) Ermitteln Sie die Hicks'schen Nachfragefunktionen nach Gut 1 und Gut 2.
- (d) Was wissen Sie jetzt über die (direkte) Nutzenfunktion, und woran haben Sie das erkannt?