

## Aufgabenblatt 4

1. Nehmen Sie an, dass ein Monopolist ein Gut in zwei Fabriken mit den Kostenfunktionen

$$C_1 = 5 \cdot q_1 \quad C_2 = 6 \cdot q_2$$

herstellt. Die Preis-Absatz-Funktion ist gegeben durch

$$p = 100 - (q_1 + q_2)$$

- (a) Berechnen Sie die gewinnmaximalen Outputmengen  $q_1$  und  $q_2$ .
  - (b) Welche Lösung ergibt sich, wenn die zusätzlichen Bedingungen  $q_1 \geq 0$  und  $q_2 \geq 0$  eingeführt werden?
  - (c) Welche Lösung ergibt sich, wenn zusätzlich zu den Nicht-Negativitäts-Bedingungen noch die Bedingungen  $q_1 \leq 30$  und  $q_2 \leq 30$  eingeführt werden?
  - (d) Wie hoch ist der Schattenpreis einer marginalen Kapazitätserweiterung der 1. Fabrik (2. Fabrik)?
2. Ein Konsument hat die Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2.$$

Die Budgetbeschränkung ist gegeben durch  $2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 100$ . Zusätzlich muss eine Zeitbeschränkung der Form  $x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 80$  erfüllt werden.

- (a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung.
- (b) Berechnen Sie aus den Bedingungen erster Ordnung das optimale Güterbündel des Konsumenten.

### 3. Klausuraufgabe Sommer 2001

Ein Konsument erzielt in zwei Perioden  $t = 1, 2$  ein Einkommen  $m_t > 0$ , so dass seine Einkommensausstattung gegeben ist mit  $(m_1, m_2)$ . Er gibt dieses Einkommen für ein Gut aus, von dem er in Periode 1  $x_1$  Einheiten konsumiert und in Periode 2  $x_2$  Einheiten. Der Preis des Gutes sei auf 1 normiert. Weiterhin kann der Konsument in Periode 1 am perfekten Kapitalmarkt zum Zinssatz  $r$  Geld anlegen oder einen Kredit aufnehmen, den er allerdings in Periode 2 zurückzahlen muss.

- (a) Leiten Sie die intertemporale Budgetbeschränkung des Konsumenten her und berechnen Sie die Steigung der Budgetgeraden im  $(x_1 - x_2)$ -Raum.
- (b) Die Nutzenfunktion des Konsumenten ist gegeben mit

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2^b$$

wobei  $b > 0$  gilt. Stellen Sie das Maximierungsproblem des Konsumenten mit der Budgetbeschränkung aus Teilaufgabe a) auf und leiten Sie die notwendigen Bedingungen für den optimalen Konsumplan ab. Interpretieren Sie die Tangentialbedingung, die Sie aus den Bedingungen erster Ordnung erhalten, ökonomisch. Wie kann man den Parameter  $b$  interpretieren?

- (c) Berechnen Sie die optimalen Werte von  $x_1$  und  $x_2$ . Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit die Bedingungen erster Ordnung hinreichend für ein globales Maximum sind?

(Sie brauchen diese Bedingungen nur zu nennen und nicht zu zeigen, dass sie hier erfüllt sind.)

- (d) **(Teilaufgabe erst nach Kapitel 3 komplett bearbeitbar.)**

Wie wirkt eine Änderung des Barwertes des Vermögens des Individuums (bei konstantem Zinssatz) auf die im Optimum konsumierten Mengen  $x_1^*$  und  $x_2^*$ ? Sind  $x_1$  und  $x_2$  normale Güter?

Berechnen Sie die Wirkung einer Änderung des Barwertes auf den Wert der Zielfunktion im Optimum und interpretieren Sie sie ökonomisch.