

## Aufgabenblatt 2

1. Ein Unternehmen produziert ein Gut  $y$  mit der Produktionsfunktion

$$f(L), \quad f'(L) > 0, \quad f''(L) < 0.$$

Dabei ist die Firma der einzige Nachfrager (Monopsonist) von Arbeit ( $L$ ) und sieht sich der Angebotsfunktion

$$w(L), w'(L) > 0$$

gegenüber.  $y$  wird auf einem Wettbewerbsmarkt zum Preis  $p$  verkauft.

- (a) Interpretieren Sie die Angebotsfunktion.
- (b) Stellen Sie das Optimierungsproblem auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Optimum.
- (c) Warum ist das Ergebnis nicht optimal? Fertigen Sie eine Zeichnung an und interpretieren Sie diese. Wie groß sind Produzenten- und Konsumentenrente sowie der Wohlfahrtsverlust?
- (d) Berechnen Sie das Optimum des Monopsonisten für

$$\begin{aligned} f(L) &= \sqrt{L} \\ w(L) &= L \\ p &= 4000 \end{aligned}$$

2. Nehmen Sie an, dass ein Monopolist ein Gut im In- (1) und Ausland (2) verkauft. Die Preis-Absatz-Funktionen sind

$$p_1 = 100 - q_1 \quad p_2 = 80 - 2q_2$$

und die Kostenfunktion des Monopolisten ist

$$C = (q_1 + q_2)^2$$

Nehmen Sie an, dass Arbitrage zwischen den Märkten nicht möglich ist.

- (a) Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Preise und Outputmengen für die beiden Länder sowie den Gewinn des Monopolisten.
  - (b) Handelt es sich bei Ihrem Ergebnis um ein globales Maximum?
3. Nehmen Sie an, dass ein Monopolist ein Gut in zwei Fabriken mit den Kostenfunktionen  $C_1 = 10q_1$  und  $C_2 = 5q_2^2$  herstellt. Die Preis-Absatz-Funktion ist gegeben durch

$$p = 100 - (q_1 + q_2)$$

- (a) Berechnen Sie die gewinnmaximalen Outputmengen  $q_1$  und  $q_2$ . Liegt wirklich ein Maximum vor?
  - (b) Interpretieren Sie die Bedingungen 1. Ordnung.
4. Klausuraufgabe Sommer 2003
- Ein Monopolist kann zwei Güter produzieren. Die inverse Nachfrage nach  $x_1$  beträgt  $p_1 = 8 - x_1$ , die inverse Nachfrage nach  $x_2$  beträgt  $p_2 = 10 - 2x_2$ . Die Grenzkosten der Produktion sind  $c_1 = 3$  beziehungsweise  $c_2 = 4$ .
- (a) Welche Mengen wird der Monopolist im Optimum produzieren? Erläutern Sie kurz die Intuition Ihres Ergebnisses.
  - (b) Gehen Sie nun davon aus, dass die Gesamtproduktion des Monopolisten maximal 3 Einheiten erreichen kann. Berechnen Sie wiederum die im Optimum produzierten Mengen. Wählen Sie eine geeignete Graphik, um Ihr Ergebnis zu veranschaulichen, und erläutern Sie Ihr Ergebnis.
  - (c) Wegen der Beschränkung der Gesamtproduktion möchte der Staat die Produktion von  $x_2$  fördern und führt eine Stücksubvention ein. Die Stücksubvention  $s_2 \in (0, 4)$  reduziert die Grenzkosten  $c_2$ . Zeigen und erklären Sie graphisch (**keine Berechnung!**), wie sich die Subvention auf das Ergebnis auswirkt.

- (d) Gehen Sie nun wieder von der Situation in Teilaufgabe b) (ohne Subvention, aber mit Beschränkung der Gesamtproduktion) aus. Nehmen Sie an, dass nur bei der Produktion von  $x_1$  Fixkosten  $F_1$  anfallen. Wie hoch dürfen diese Fixkosten maximal sein, damit im Optimum eine positive Menge  $x_1$  produziert wird? Ändern sich die im Optimum produzierten Mengen  $x_1$  und  $x_2$ ? Wie lautet Ihre Antwort, wenn die Fixkosten über dieser maximalen Schwelle liegen?

5. \* Klausuraufgabe Sommer 2001

Eine Studentin bereitet sich (natürlich über ein ganzes Semester hinweg!) auf Prüfungen in zwei Fächern vor. Sie nimmt die erreichbare Punktzahl  $g_i(t_i)$  in jedem Fach  $i = 1, 2$  als Funktion der eingesetzten Vorbereitungszeit in Wochenstunden  $t_i$  an. Die Studentin möchte die durchschnittliche Punktzahl abzüglich der Summe der Anstrengungskosten  $c_i(t_i)$  maximieren.

- (a) Geben Sie allgemein die notwendigen Bedingungen für den optimalen Arbeitseinsatz (in Wochenstunden) für jedes der beiden Fächer an.
- (b) Wie hoch ist der optimale Arbeitseinsatz, wenn

$$g_1 = 20 + 20 \cdot t_1 \qquad g_2 = 40 + 8 \cdot t_2$$

$$c_1(t_1) = t_1^2 \qquad c_2(t_2) = t_2^2$$

Zeigen Sie, dass das von Ihnen berechnete Optimum ein globales Maximum darstellt.

Interpretieren Sie den Verlauf der Anstrengungskosten ökonomisch.

- (c) Ein anderer Student hat dieselbe Nutzenfunktion und legt dieselben Prüfungen ab, wobei  $g_1$ ,  $g_2$  und  $c_1$  wie in Teilaufgabe b) gegeben sind. Allerdings betragen seine Anstrengungskosten für das zweite Fach

$$c_2(t_2) = 2 \cdot t_2$$

und er hat nur 7 Wochenstunden Vorbereitungszeit für beide Fächer zur Verfügung. Wird er weniger Zeit auf Fach 1 verwenden als seine Kommilitonin?

Argumentieren Sie mit Hilfe der Bedingungen erster Ordnung, die Sie

zu Beginn der Aufgabe berechnet haben, und berechnen Sie die neuen Optima. Lösen Sie **nicht** das beschränkte Maximierungsproblem.

6. \* Klausuraufgabe Winter 2002/03

Ein Unternehmen produziert ein Gut  $y$  mit der Produktionsfunktion  $f(x) = \sqrt{x}$ . Dabei ist das Unternehmen der einzige Nachfrager nach dem Inputgut  $x$  (Monopsonist). Die **Grenzkosten** hängen von der nachgefragten Menge ab:  $c(x) = \frac{1}{2}x$ . Zusätzlich muss er einen fixen Kostenanteil in Höhe von  $F = 10000$  tragen, der anfällt, sobald eine positive Menge produziert wird. (Seine Kostenfunktion ist also gegeben durch:  $C(x) = \frac{1}{2}x \cdot x + 10000$ .) Das Gut  $y$  wird auf einem vollkommenen Konkurrenzmarkt zum Preis  $p = 2000$  verkauft. *Hinweis: Runden Sie gegebenenfalls auf ganze Zahlen!*

- (a) Welche Menge des Inputgutes fragt der Monopsonist im Optimum nach und zu welchen Kosten? Ist die Bedingung erster Ordnung auch hinreichend?
- (b) Zeigen Sie, dass der Monopsonist im Optimum weniger als die sozial optimale Menge nachfragt. Zeichnen Sie Ihr Ergebnis sowie den resultierenden Wohlfahrtsverlust in einer beschrifteten **Skizze** ein.
- (c) Gehen Sie davon aus, dass das soziale Optimum bei  $x = 159$  liegt. Der Staat möchte den Wohlfahrtsverlust mit Hilfe einer Stücksubvention  $s$  verhindern. Wie hoch muss  $s$  gesetzt werden, damit der Monopsonist genau die sozial optimale Menge von  $x$  wählt? (Tipp: Die Stücksubvention  $s$  senkt die Grenzkosten  $c(x) = \frac{1}{2}x$ .)
- (d) Nun zahlt der Staat keine Stücksubvention mehr, sondern stellt dem Monopsonisten die Menge  $x = 159$  kostenlos zur Verfügung. Was ist jetzt das für den Monopsonisten optimale  $x$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (e) Betrachten Sie wiederum das Maximierungsproblem des Monopsonisten ohne Staatseingriff. Der fixe Kostenanteil erhöht sich von  $F = 10000$  auf  $F = 20000$ . Welche Inputmenge fragt der Monopsonist jetzt nach?