

Aufgabenblatt 6

1. Ein Verlag verkauft ein Buch eines Autors auf einem Markt mit der Preis-Absatz Funktion $p(x) = a - b \cdot x$. Die Grenzkosten der Buchproduktion sind konstant ($C(x) = c \cdot x$). Der Autor erhält einen Anteil r des Umsatzes, der Verlag den Rest $(1 - r)$.
 - (a) Bestimmen Sie jeweils die optimale Menge aus Sicht des Autors (x_A) bzw. des Verlages (x_V). Geben Sie eine ökonomische Intuition für Ihr Ergebnis.
 - (b) Zeigen Sie für eine allgemeine Funktion $p(x)$ sowie für das konkrete Beispiel: Wenn ausgehend von der in (a) bestimmten Menge x_V (d.h. der Verlag befindet sich im Optimum) der Anteil r marginal erhöht wird, gewinnt der Autor weniger als der Verlag verliert.
2. Klausuraufgabe Winter 2002/03

Betrachten Sie einen Arbeiter, der für eine Firma zwei Güter herstellt. Die Menge der produzierten Güter ist gegeben durch $y_1 = f(x_1)$ und $y_2 = f(x_2)$, wobei $f(\cdot)$ eine streng konkave Funktion (d.h. $f'(\cdot) > 0$, $f''(\cdot) < 0$) ist und x_1 und x_2 die Arbeitsanstrengung des Arbeiters misst. Die Kosten, die dem Arbeiter dabei entstehen, sind gegeben durch $C(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + c \cdot x_1 \cdot x_2$. Die Preise für die beiden hergestellten Güter sind 1, d.h. $p_1 = p_2 = 1$. Der Arbeiter bekommt als Lohn einen Anteil α am Erlös des Gutes 1 und einen Anteil β am Erlös des Gutes 2. Der Arbeiter maximiert sein Nettoeinkommen, das gegeben ist durch seinen Lohn abzüglich der Anstrengungskosten.

- (a) Stellen Sie die Zielfunktion des Arbeiters auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung, durch die die optimalen Anstrengungsniveaus x_1^* und x_2^* des Arbeiters implizit charakterisiert werden.
- (b) Überprüfen Sie, ob die Bedingungen erster Ordnung auch hinreichend für ein Maximum sind. Geben Sie (falls nötig) Bedingungen an, unter denen dies der Fall ist.
- (c) Gehen Sie im folgenden davon aus, dass die Bedingungen erster Ordnung auch hinreichend für ein Maximum sind. Wie ändert sich x_2^* , wenn sich der Parameter α ändert. (Tipp: Beachten Sie, dass c sowohl größer als auch kleiner als Null sein kann.)
- (d) Nehmen Sie nun an, dass $\frac{dx_1^*}{d\alpha} > 0$ und $\frac{dx_2^*}{d\alpha} = 0$. Wodurch ist der Gewinn des Firmenbesitzers gegeben? Wie ändert sich dessen Gewinn, wenn sich der Parameter α verändert? Interpretieren Sie Ihr Resultat ökonomisch.

3. Klausuraufgabe Sommer 2003

In einer Stadt leben zwei Individuen. Individuum 1 ist ein Fahrradfahrer und zieht ausschließlichen Nutzen aus Fahrradwegen g . Seine Nutzenfunktion ist daher gegeben als $u^1(g)$. Individuum 2 (mit Nutzenfunktion $u^2(y)$) ist ein Autofahrer und zieht ausschließlichen Nutzen aus Straßen y . Die beiden Güter werden von der Stadtverwaltung bereitgestellt, wobei sie Bereitstellungskosten von $c \cdot g \cdot y$ beachten muss. Bei der Wahl der optimalen Mengen maximiert die Stadt die Wohlfahrtsfunktion

$$W = \alpha u^1(g) + (1 - \alpha) u^2(y) - c \cdot g \cdot y$$

Es gilt: $\frac{du^1}{dg} > 0$, $\frac{d^2u^1}{dg^2} < 0$, $\frac{du^2}{dy} > 0$, $\frac{d^2u^2}{dy^2} < 0$.

- (a) Interpretieren Sie die Kostenfunktion. Geben Sie die Bedingungen erster Ordnung an und überprüfen Sie, ob und gegebenenfalls unter welchen Bedingungen die Bedingungen erster Ordnung auch hinreichend für ein Maximum sind.
- (b) Gehen Sie davon aus, dass die Bedingungen erster Ordnung hinreichend sind. Welchen Effekt hat eine Erhöhung von α auf die im Opti-

mum bereitgestellten Mengen g und y ? Erläutern Sie die ökonomische Intuition Ihres Ergebnisses.

- (c) Welche Auswirkung hat eine marginale Erhöhung von α auf die maximale Wohlfahrt? Welches Theorem benutzen Sie zur Berechnung? Erläutern Sie es kurz.

4. * Klausuraufgabe Winter 2001/02

Ein Monopolist produziert ein Gut q zu konstanten Grenzkosten c und beobachtet bei Preis p die Nachfrage $q(p) = \frac{1}{p^2}$.

- (a) Berechnen Sie zunächst die sozial optimale Menge q^* .
- (b) Stellen Sie das Maximierungsproblem des Monopolisten auf und berechnen Sie seine optimale Menge q^M und Preis p^M . Vergleichen Sie die für den Monopolisten optimale Lösung mit dem sozial optimalen Ergebnis.
- (c) Die Berater des Wirtschaftsministeriums empfehlen, eine Stücksubvention s pro erzeugter Einheit q an den Monopolisten zu zahlen. Stellen Sie zunächst wieder das Gewinnmaximierungskalkül auf. Berechnen Sie, wie sich Monopolmenge und -gewinn verändern, wenn die Subvention s marginal erhöht wird.
- (d) Wie hoch muss die Subvention sein, damit der Monopolist die sozial optimale Menge bereitstellt?
- (e) Aufgrund der Haushaltssituation wird darüber diskutiert, die optimale Subvention an den Monopolisten trotz positiver Wohlfahrtseffekte nicht zu gewähren.
Beschreiben Sie kurz, wie beide Ziele - Haushaltsdisziplin und Erhöhung der Wohlfahrt durch die optimale Subvention - erreicht werden können.