

Aufgabenblatt 3

1. Eine Firma verkauft ein Gut auf einem kompetitiven Markt zum Preis $p = 10$. Die Produktionsfunktion ist $x = 2 \cdot L^{1/2}$ wobei x der Output und L die zur Herstellung eingesetzte Arbeit ist. Maximal stehen 16 Einheiten Arbeit zur Verfügung.
 - (a) Wie hoch ist der Schattenpreis der Arbeit, wenn zunächst kein Lohn bezahlt werden muss?
 - (b) Nehmen Sie an, dass die Firma zusätzlich Arbeiter zum Lohn von $w = 2$ einstellen kann. Wieviele Arbeiter werden noch eingestellt?
 - (c) Nun können zwar keine zusätzlichen Lohn-Arbeiter eingestellt werden, die Firma kann einer anderen Firma jedoch zwei Arbeitseinheiten abkaufen. Wie hoch ist ihre maximale Zahlungsbereitschaft für diese beiden Einheiten?
2. Klausuraufgabe Sommer 2001

Ein Konsument erzielt in zwei Perioden $t = 1, 2$ ein Einkommen $m_t > 0$, so dass seine Einkommensausstattung gegeben ist mit (m_1, m_2) . Er gibt dieses Einkommen für ein Gut aus, von dem er in Periode 1 x_1 Einheiten konsumiert und in Periode 2 x_2 Einheiten. Der Preis des Gutes sei auf 1 normiert. Weiterhin kann der Konsument in Periode 1 am perfekten Kapitalmarkt zum Zinssatz r Geld anlegen oder einen Kredit aufnehmen, den er allerdings in Periode 2 zurückzahlen muss.

 - (a) Leiten Sie die intertemporale Budgetbeschränkung des Konsumenten her und berechnen Sie die Steigung der Budgetgeraden im $(x_1 - x_2)$ -Raum.

- (b) Die Nutzenfunktion des Konsumenten ist $u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2^b$ wobei $b > 0$ gilt. Stellen Sie das Maximierungsproblem des Konsumenten mit der Budgetbeschränkung aus Teilaufgabe a) auf und leiten Sie die notwendigen Bedingungen für den optimalen Konsumplan ab. Interpretieren Sie die Tangentialbedingung, die Sie aus den Bedingungen erster Ordnung erhalten, ökonomisch. Wie kann man den Parameter b interpretieren?
- (c) Berechnen Sie die optimalen Werte von x_1 und x_2 . Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit die Bedingungen erster Ordnung hinreichend für ein globales Maximum sind?
(Sie brauchen diese Bedingungen nur zu nennen und nicht zu zeigen, dass sie hier erfüllt sind.)
- (d) **(Teilaufgabe erst nach Kapitel 3 komplett bearbeitbar.)**
Wie wirkt eine Änderung des Barwertes des Vermögens des Individuums (bei konstantem Zinssatz) auf die im Optimum konsumierten Mengen x_1^* und x_2^* ? Sind x_1 und x_2 normale Güter?
Berechnen Sie die Wirkung einer Änderung des Barwertes auf den Wert der Zielfunktion im Optimum und interpretieren Sie sie ökonomisch.
3. * Gegeben ist die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = \alpha \cdot \ln x_1 + \beta \cdot \ln x_2$ mit $\alpha, \beta \in (0, 1)$.
- (a) Zeigen Sie, dass die Nutzenfunktion äquivalent zu $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^\beta$ ist. Was bedeutet äquivalent in diesem Zusammenhang?
- (b) Gegeben ist nun die Budgetrestriktion $m \geq p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$. Leiten Sie die Bedingungen 1. Ordnung für ein Nutzenmaximum ab.
- (c) Zeigen Sie, dass die Nutzenfunktion streng quasikonkav ist. Welche Auswirkungen hat diese Eigenschaft auf die unter (b) hergeleiteten Bedingungen?
- (d) Zeigen Sie, dass der Lagrange-Multiplikator im Optimum positiv ist. Was bedeutet dies mathematisch? Geben Sie den ökonomischen Grund dafür an.