EINFÜHRUNG

(STATISCHE) ENTSCHEIDUNGSSITUATIONEN

(i) Sicherheit

Wahlobjekte (Aktionen)		Auszahlungen
a_1	=>	u_1
a_2	=>	u_2
.	.	.

=> Mikro-Vorlesung

(ii) Strategische Abhängigkeiten

Strategien	b_1	b_2	...
a_1	(u_{11},v_{11})	(u_{12},v_{12})	...
a_2	(u_{21},v_{21})	(u_{22},v_{22})	...
.	.	.	

=> Spieltheorie

(iii) Unsicherheit (Spiele gegen die Natur)

Zustände/ Aktionen	z_1	z_2	...
a_1	u_{11}	u_{12}	...
a_2	u_{21}	u_{22}	...
.	.	.	

=> Entscheidungen bei Ungewißheit

Beispiel: Berufswahl

- Bayerischer Beamter: ~ 5.000,-
- Entrepreneur: 20.000,- : z_1
  oder: 1.000,- : z_2

„Lotterie“: $L_1 = (1, 0; 5.000, 0)$

$L_2 = (P, 1\text{-}p; 20.000, 1.000)$

(iv) Strat. Abhängigkeiten bei Ungewißheit

- Principal-Agent-Probleme

=> Informationsökonomie

Gegeben:

a) Entscheidungsobjekte (Wahl, Aktionen)
$A=\{a_1, \dots , a_n\}$

b) Zustände der Welt $Z=\{z_1, \dots , z_m\}$

c) Wahrscheinlichkeitsvektoren

$$P = \{p^1, \dots, p^n\} \qquad p^j = (p_1^j, \dots, p_m^j)$$

mit folgenden Eigenschaften:

$$0 \le p_i^j \le 1 \quad \forall i, j \qquad \sum_{i=1}^{m} p_i^j = 1 \quad \forall i$$

d) Auszahlungsvektoren
$X=\{x^1, x^2, \dots , x^n\}$ mit $x^j=(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})$

Menge von Lotterien:

$$\mathbf{L} = \{L_1, \dots, L_n\} \qquad L_j := (\underline{p}^j : \underline{x}^j)$$

gesucht:

$$a^* \in A, \text{das} \dots ? \dots \text{optimiert.}$$

Um das Entscheidungsproblem zu lösen benötigen wir eine Präferenzordnung über Lotterien!

(1) Erwartungswert

$$\boxed{L_1 \geq L_2 \Leftrightarrow \mu_1 = \sum p_i^1 x_{1i} \geq \mu_2 = \sum p_i^2 x_{2i}}$$

pro: Evolution bevorzugt (unter best. Voraussetzungen) den Erwartungswertmaximierer

contra: $L_1 = (½ , 0 , ½ ; 10.000 , 5.000 , 10)$

$L_2 = (0 , 1 , 0 ; 10.000 , 5.000 , 10)$

$$\mu_1 = 5.005 > \mu_2 = 5.000$$

„Risiko“ wird ignoriert.

Nutzenfunktion : $U(L_j) = \mu_j$

(z.B. „risikoneutrale“ Unternehmen, Regierung)

(2) Das Maximin-Kriterium

$$\boxed{L_1 \geq L_2 \Leftrightarrow \min_i \{x_{1i} \mid p_i^1 > 0\} \geq \min_i \{x_{2i} \mid p_i^2 > 0\}}$$

pro: berücksichtigt mögliche Verluste/ niedrige Gewinne

contra:

$$L_1 = (\,0{,}99\;,\;0{,}01\;;\;10.000\;,\;0\,)$$

$$L_2 = (\,0\;,\;1\;;\;10.000\;,\;5.000\,)$$

$$\Rightarrow L_2 \geq L_1$$

Problem: mögliche Verluste werden zu stark gewichtet

$$\text{Nutzenfunktion: } U(L_j) = \min_i \{x_{ji} \mid p_i^j > 0\}$$

(extrem „risikoaverse“ Individuen)

(3) Das μ-σ-Kriterium

Idee: Individuen bevorzugen hohen Ertrag (μ), vermeiden aber hohes Risiko (σ)

Nutzenfunktion: $U(L_j) = \mu_j - k\sigma_j \qquad [= f(\overset{+}{\mu_j}, \overset{-}{\sigma_j})]$

$$\mu_j = \sum_i p_i^j x_{ji}$$

$$\sigma_j^2 = \sum_i p_i^j (x_{ji} - \mu_j)^2$$

k: Maß der Risikoaversion

pro:
- sehr intuitiv
- recht einfach

contra:
- höhere Elemente der Verteilung (Schiefe, ...) werden ignoriert.

Beispiel:

$$L_1 = \left(\frac{50}{100}, \frac{49}{100}, \frac{1}{100}; 102, 100, 0 \right)$$

$$L_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 100 + \sqrt{102}, 100 - \sqrt{102} \right)$$

=> $\mu_1 = \mu_2 = 100, \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 102$

=> $L_1 \sim L_2$

!!! wichtig in der Finanzmarkttheorie (CAPM)

(4) Der Erwartungsnutzen

Daniel Bernoulli (1738) schlägt eine Lösung für das St. Petersburg Paradox vor.

St. Petersburg Paradox:

- Mehrfacher Münzwurf solange Zahl fällt;
- fällt Kopf, so wird 2^{n+1} ausbezahlt, wobei n die Anzahl der vorherigen Würfe ist; das Spiel endet.

Erwartungswert:

$$\mu = \frac{1}{2}\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 2^2\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2^3 + .. =$$

$$= 1 + 1 + 1 + ... = \infty$$

Vorschlag Bernoullis: U(x) = ln(x)

$$\Rightarrow U(L) = \frac{1}{2}\cdot \ln(2) + \frac{1}{4}\cdot \ln(4) + ... < \infty$$

$$\boxed{U(L_j) = \sum_i p_i^j\, u(x_{ji})}$$

aber: wie allgemeingültig ist dieses Entscheidungskriterium?