

PROBLEM SET 4 – Problems for Chapter 6

1. Tauschwirtschaft

Eine Tauschwirtschaft bestehe aus 2 Individuen, die beide eine CARA Nutzenfunktion haben, d.h. $u(x) = -e^{-\gamma_i x}$. Die Maße der absoluten Risikoaversion betragen γ_1 , bzw. γ_2 . Es gibt zwei Zustände der Welt (a und b, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintreten), die zu folgenden Ausgangsvermögen der beiden Individuen führen:

$$\text{Individuum 1: } \bar{x}_{1a} = 1, \quad \bar{x}_{1b} = 3$$

$$\text{Individuum 2: } \bar{x}_{2a} = 3, \quad \bar{x}_{2b} = 3$$

Das Gesamtvermögen in der Ökonomie in Zustand $j = a, b$ sei mit \bar{x}_j bezeichnet, der Konsum von Individuum i in Zustand j nachdem Tausch stattgefunden hat mit x_{ij} .

(a) Zeigen Sie, dass entlang der Vertragskurve gilt:

$$x_{1b} - x_{1a} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} (\bar{x}_b - \bar{x}_a)$$

(b) Zeichnen Sie die Anfangsausstattung der Individuen und die Vertragskurve in ein Edgeworth-Diagramm ein. Gehen Sie dabei davon aus, dass $\gamma_1 = \gamma_2$.

2. Marktgleichgewicht

In einer Marktwirtschaft leben 2 Individuen, Individuum 1 habe die Nutzenfunktion $u_1(x) = \sqrt{x}$, die Präferenzen von Individuum 2 lassen sich durch $u_2(x) = \ln x$ darstellen. Die Individuen sehen sich zwei gleich wahrscheinlichen Zuständen der Welt gegenüber (a und b) und haben die folgenden Anfangsausstattungen:

$$\text{Individuum 1: } \bar{x}_{1a} = 1, \quad \bar{x}_{1b} = 2$$

$$\text{Individuum 2: } \bar{x}_{2a} = 1, \quad \bar{x}_{2b} = 2$$

- (a) Nehmen Sie an, dass ein vollständiger Arrow-Wertpapiermarkt existiert. Stellen Sie das Maximierungsproblem eines Individuums auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung. (Tip: Normalisieren Sie den Preis eines Arrow-Wertpapiers auf 1.)
- (b) Bestimmen Sie die kompetitiven Gleichgewichtspreise und die Allokation des Risikos. Welches der beiden Individuen trägt einen größeren Anteil des sozialen Risikos? Warum?

3. Arrow-Wertpapiere

Betrachten Sie einen Wertpapiermarkt, in dem 2 Aktien (A1 und A2) gehandelt werden, welche in zwei möglichen Zuständen (Z1 und Z2) folgende Auszahlung haben:

	Z1	Z2
A1	10	3
A2	5	1

- (a) Konstruieren Sie ein Portfolio, dass einem Arrow-Wertpapier für Zustand 1 entspricht.
- (b) Nehmen Sie an, die Preise der Aktien seien $p_1 = 5$ und $p_2 = 2$. Welchen Preis hätte ein Arrow-Wertpapier für Zustand 1?
- (c) Was kostet eine Put-Option auf Aktie 2 zum Basispreis 3, d.h. eine Option, die dem Inhaber das Recht gibt, Aktie 2 nach Realisierung des Zustandes der Welt zu einem Preis von 3 zu verkaufen?
- (d) Nehmen Sie nun an, dass die Agenten auch Geld sparen oder einen Kredit aufnehmen können; der Zinssatz sei in beiden Fällen auf 0% normiert. Stellen Sie einen risikofreien Weg, Geld zu verdienen, dar, wenn die Preise der Aktien weiterhin $p_1 = 5$ und $p_2 = 2$ wären.
- (e) Welche Preise der Aktien, die im Verhältnis 5 : 2 stehen, wären gleichgewichtige Preise?