Informationsnachfrage

Zustände der Welt: z_1 z_2 z_3 ...

A priori Wahrsch.: w_1 w_2 w_3 ...

mit $\Sigma\, w_i = 1$

Signalsystem: s_1 s_2 s_3 ...

- Wahrscheinlichkeit von s_k: π_k
- Signal s_k führt zu a posteriori Wahrscheinlichkeiten für z_i: w_{ik}

wobei $\sum_i w_{ik} = 1$

Bsp.: Ziegenproblem:

$z_i \triangleq$ Auto hinter Tür i $\quad i \in \{1, 2, 3\}$

$w_i = 1/3$

s_1: Showmaster öffnet Tür 3, nachdem Kandidat auf Tür 1 getippt hat

=> $w_{11} = 1/3 \quad w_{21} = 2/3 \quad w_{31} = 0$

P: Matrix der gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten

	s_1	s_2	s_3	...	
z_1	p_{11}	p_{12}	p_{13}	...	**-> w_1**
z_2	p_{21}	p_{22}	p_{23}	...	**-> w_2**
z_3	p_{31}	p_{32}	p_{33}	...	**-> w_3**
.	.	.	.		
.	.	.	.		
	-> π_1	**-> π_2**	**-> π_3**		

es gilt : $\sum_i p_{ik} = \pi_k$

$\sum_k p_{ik} = w_i$

$$\boxed{p_{ik} = W(z_i \wedge s_k)}$$

Q: Matrix der bedingten Wahrscheinlichkeiten

	s_1	s_2	s_3	...	
z_1	q_{11}	q_{12}	q_{13}	...	***1***
z_2	q_{21}	q_{22}	q_{23}	...	***1***
z_3	q_{31}	q_{32}	q_{33}	...	***1***
.	.	.	.		
.	.	.	.		

es gilt : $\sum_k q_{ik} = 1$

$$\boxed{q_{ik} = W(s_k | z_i) = \frac{p_{ik}}{w_i}}$$

W: Matrix der a posteriori Wahrscheinlichkeiten

	s_1	s_2	s_3	…
z_1	w_{11}	w_{12}	w_{13}	…
z_2	w_{21}	w_{22}	w_{23}	…
z_3	w_{31}	w_{32}	w_{33}	…
.	.	.	.	
.	.	.	.	
	1	***1***	***1***	

$$\text{es gilt}: \sum_i w_{ik} = 1$$

$$\boxed{w_{ik} = W(z_i | s_k) = \frac{p_{ik}}{\pi_k}}$$

<u>Fall 1</u>: Aktion muß vor Erhalt des Signals getroffen werden.

Sei diese Aktion a*, die zu Auszahlungen x_1, x_2, x_3, ... in den Zuständen z_1, z_2, z_3, ... führt.

Erwartungsnutzen ohne Signale:

$$E[u] = \sum_i \underbrace{w_i}_{\text{a-priori-Wahrscheinlichkeiten}} \cdot u(x_i) \qquad (*)$$

Erwartungsnutzen mit Signal:

$$E[u] = \underbrace{\sum_k}_{\text{summiere Signale}} \pi_k \cdot \sum_i \underbrace{w_{ik}}_{= W(z_i | s_k) = \frac{p_{ik}}{\pi_k}} u(x_i)$$

$$= \sum_k \sum_i \pi_k w_{ik} u(x_i)$$

$$= \sum_k \sum_i \pi_k \frac{p_{ik}}{\pi_k} u(x_i) \qquad \left(\sum_k p_{ik} = w_i \right)$$

$$= \sum_i w_i u(x_i) = (*)$$

=> Signale nach einer Aktion haben keinen Wert!

<u>Fall 2</u>: Aktion kann nach Erhalt des Signals gewählt werden

Aktion/ Zustand	z_1	z_2	z_3	...
a_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	
a_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	
a_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	
.				
.				

Erwartungsnutzen ohne Signal:

$$E[u] = \max_{a_l} \sum_i w_i u(x_{li})$$

$$\text{o.B.d.A. } a_1 = a^*$$

Erwartungsnutzen bei Signal s_k:

$$E[u|s_k] = \max_{a_l} \sum_i w_{ik} u(x_{li})$$

$$\text{möglich}: a_k^* \neq a^*$$

$$\text{Beachte}: w_i = \sum_k p_{ik} = \sum_k \pi_k \cdot w_{ik}$$

$\Rightarrow$ Wert des Signalsystems:

$$V = \left[\sum_k \pi_k \left[\sum_i w_{ik} u(x_{k^*i}) - \sum_i w_{ik} u(x_{1i}) \right] \right] \geq 0$$

Falls alle $a_k^* = a^*$ => $V = 0$

=> Wert eines Signals ist nur dann positiv, wenn es zu einer Änderung der Aktion führt.

Definition: Geldwert des Signalsystems:

$$\sum_k \pi_k \sum_i w_{ik} u\left(x_{k^*i} - G^*\right) = \sum_i w_i u\left(x_{1i}\right)$$

Bsp.: Erdölfeld (risikoneutrale Firma)

	z_1 (kein Öl)	z_2 (Öl)
a_1 (bohren)	-1,5	3
a_2 (nicht bohren)	0	0
Wahrscheinlichkeit	½	½

- ohne Signal: $E[G] = ½ \cdot (-1{,}5) + ½ \cdot 3 = 1{,}5 \cdot ½ > 0$
- Signalsystem: Testbohrung

  Gemeinsame Wahrscheinlichkeiten P:

	s_1 (schlecht)	s_2 (gut)	
z_1	0,3	0,2	*½*
z_2	0,1	0,4	*½*
	$\pi_1 = 0{,}4$	$\pi_2 = 0{,}6$	

Bedingte Wahrscheinlichkeiten Q:

	s_1	s_2	
z_1	0,6	0,4	*1*
z_2	0,2	0,8	*1*

$(q_{ik} = W(s_k|z_i))$

A posterori Wahrscheinlichkeiten W:

	s_1	s_2
z_1	0,75	0,33
z_2	0,25	0,67

$(w_{ik} = W(z_i|s_k))$

$s_1 \Rightarrow E[G] = {}^3/_4 \cdot (-1{,}5) + {}^1/_4 \cdot 3 < 0$

$\Rightarrow a_2$ wird gewählt

$s_2 \Rightarrow E[G] = {}^1/_3 \cdot (-1{,}5) + {}^2/_3 \cdot 3 > 0$

$\Rightarrow a_1$ wird gewählt

$\Rightarrow V = 0{,}4\ (0 - [{}^3/_4 \cdot (-1{,}5) + {}^1/_4 \cdot 3]) + 0{,}6 \cdot 0 = 0{,}15$

Da linear: Der Wert des Signalsystems ist 0,15 GE. Soviel wäre die Firma maximal bereit, für Testbohrungen zu zahlen.

Zusammenfassung:

- Informationen (Signale) ändern die Wahrscheinlichkeiten der Zustände der Welt.

  a priori W $\rightarrow$ *s* $\rightarrow$ *a posterori W*

- Falls ein Signalsystem zu keiner Änderung der Aktion führt, so hat es einen Wert von 0

- Signalsysteme, die potentiell zu Aktionsänderungen führen, haben einen positiven Wert G*(s).

$$\sum_k \pi_k \sum_i w_{ik} \left[u\left(x_{k^*i} - G^*(s)\right) - u\left(x_{1i}\right)\right] = 0$$

Offene Fragen:

? Wann ist ein Signalsystem *besser* als ein anderes?

? Sind mehr Informationen immer gut?

Vergleich von 2 Signalsystemen:

S^1 : $s_1^1,\ s_2^1,\ s_3^1,\ \ldots$

Wahrs. $\pi_1^1,\ \pi_2^1,\ \pi_3^1,\ \ldots$

führt zu a posterori Wahrsch. : w_{ik}^1

$S2$: $s_k^2,\ \pi_k^2,\ w_{ik}^2$

Def.: Das Signalsystem (die Informationsstruktur S_1) ist *wertvoller* als S_2, falls für alle Individuen gilt:

$$\sum_k \pi_k^1 \sum_i w_{ik}^1 u\left(x_{k_1{}^*i}\right) \geq \sum_k \pi_k^2 \sum_i w_{ik}^2 u\left(x_{k_2{}^*i}\right)$$

Theorem: (*Blackwell, 1951*) S_1 ist wertvoller als S_2, genau dann wenn es nichtnegative Zahlen $\beta_{k'k}$ gibt, so daß

(i) $q_{ik'}^2 = \sum_k \beta_{k'k} q_{ik}^1 \qquad \forall k'$

(ii) $\sum_{k'} \beta_{k'k} = 1 \qquad \forall k$

$\left[\text{Beachte}: \quad q_{ik} = W\left(s_k \middle| z_i\right)\right]$

Intuition: Jedesmal, wenn ein Signal s_k^1 beobachtet wird, kommt ein stochastischer Mechanismus, der nicht vom Zustand der Welt abhängt, und transformiert dieses Signal in einen Vektor von Signalen S^2 mit der bedingten Wahrscheinlichkeit $p(k'^2|k^1)$.

$$\text{Somit}: \quad q_{ik'}^2 = \sum_k p(k'|k)q_{ik}^1$$

oder: Das Signalsystem S^2 ist gleich S^1 plus weißes Rauschen.

Beispiel: Ein Gut kann entweder gut oder schlecht sein.

Experte: Q^1:

	s_1	s_2
z_1	1	0
z_2	0	1

Laie: Q^2:

	s_1	s_2
z_1	¾	¼
z_2	¼	¾

$$Q^2 = B \cdot Q^1 \qquad B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

Beweis: (nur hinreichend)

$$U^2 = \sum_{k'} \pi^2_{ik'} U\left(x_{k'^2 i}\right)$$

$$\text{benutze :} \quad \pi^2_{k'} w^2_{ik'} = p^2_{ik'} = w_i q^2_{ik'}$$

$$= w_i \sum_k \beta_{k'k} q^1_{ik}$$

$$= \sum_k \beta_{k'k} \pi^1_k w^1_{ik}$$

$$U^2 = \sum_k \sum_{k'} \beta_{k'k} \pi^1_k \sum_i w^1_{ik} U\left(x_{k'^2 i}\right)$$

$$\left(\text{Da} \sum_i w^1_{ik} U\left(x_{k'^2 i}\right) \leq \sum_i w^1_{ik} U\left(x_{k^1 i}\right)\right)$$

$$\leq \sum_{k'} \sum_k \beta_{k'k} \pi^1_k \sum_i w^1_{ik} U\left(x_{k'^1 i}\right)$$

$$= \sum_k \pi^1_k \sum_i w^1_{ik} U\left(x_{k^1 i}\right) = U^1$$

$$\left(\sum_k \beta_{k'k} = 1\right)$$

? Hat Information immer einen Wert ?

Das Hirschleifer Paradox!

- 2 Zustände der Welt (p, 1-p)
- k Konsumenten, $\bar{x}_{k1}$, $\bar{x}_{k2}$

Tauschwirtschaft:

$$\max_{x_1, x_2} \quad p \cdot u(x_{k1}) + (1-p) \cdot u(x_{k2}) \equiv U_k^*$$

$$\text{s.t.} \quad p_1 x_{k1} + p_2 x_{k2} \leq p_1 \bar{x}_{k1} + p_2 \bar{x}_{k2}$$

$$\text{es gilt:} \quad U_k^* \geq \overline{U}_k = p \cdot u(\bar{x}_{k1}) + (1-p) \cdot u(\bar{x}_{k2})$$

- öffentliches Signal vor dem Tausch

  => alle Individuen kennen den Zustand der Welt

  => kein Tausch mehr möglich, d.h. $u_k = \bar{u}_k$

  Ex ante hat das Signalsystem einen *negativen* Wert.

- Individuell wertvolle Information ist nur die *private* Information, aber auch die ist nicht immer *sozial* wertvoll.

- Dies ist anders, wenn die Gesellschaft auf Information anders als nur durch Tausch reagieren kann (z.B. Flutwarnung)

- *Psychologische Erklärung*

  Aversion gegen Gentests ...

- *Strategische Information*

	β_1	β_2
α_1	1,2	3,1
α_2	0,-200	2,-300

  keine vorherige Kommunikation => (α_1, β_1)

  mit vorheriger Kommunikation => evtl. (α_1, β_2)

- *"Signalling" durch Commitment ohne Information*

  Drèze:
  - 2 Töchter: Ann + Barbara
  - eine von beiden erbt 1 Mio.
  - Peter liebt Ann
  - Ann befürchtet, Peter liebt Geld

  Signal: Vater sagt, wer das Geld erbt.

  => Peter bevorzugt es, vor Bekanntwerden der Information einen Antrag an Ann zu stellen.
  - zur sauberen Modellierung benötigt man Charakteristika des Individuums, das nur auf Geld aus ist.
  - s.a. Schmidt: "Incomplete Contracts and Privatization", EER

Suchmodelle

- Die (indirekte) Nutzenfunktion eines Individuums hänge von einer ökonomischen Variable ab (p). [Bsp.: Preis, Lohn, Qualität ...]

- Diese Variable ist zufällig verteilt, d.h. Geschäfte verlangen (unsystematisch) unterschiedliche Preise

- Preisinformation kann kostspielig eingeholt werden (Journale, Besuchen der Geschäfte, Anrufe, ...)

- Kosten sind abhängig von:
  - Technologie (z.B. Internet => C↓)
  - Anzahl der Geschäfte
  - Wert der Zeit (i.a. reiche Indiv. suchen weniger)

- Walras: perfekte Information $\triangleq$ keine Kosten der Info-Beschaffung

<u>Bsp.:</u>

- Wert des Gutes: 1
- Preis des Gutes: $p \in [0,1]$, gleichverteilt
- Suchkosten: c
- 2 Geschäfte

(a) ohne Umkehrmöglichkeit

Lösung durch Rückwärtsinduktion:

Ann.: Im 1. Geschäft wurde nicht gekauft

=> kaufe in jedem Fall im 2. Geschäft

$$E[G] = 1 - E[p] - c = ½ - c$$

Periode 1: Sehe Preisangebot p_1

=> kaufe, falls $1 - p_1 \geq ½ - c$

Reservationspreise: $\hat{p}_1 = ½ + c$

$\hat{p}_2 = 1$

(b) mit Umkehrmöglichkeit

- in Periode 1: erfahre p_1
- Wert der Zusatzinformation aus 2:

$$\text{prob}\,(p_2 < p_1) \cdot E[p_1 - p_2 \mid p_2 < p_1] - c$$

$$= p_1 \cdot \frac{p_1}{2} - c \geq 0$$

=> suche weiter, falls $p_1^2 \geq 2c$

Reservationspreise: $\hat{p}_1 = \sqrt{2c}$

$\hat{p}_2 = p_1$

<u>Allgemeiner:</u>

$p \to f(p)$, $F(m) = \text{prob}\,(p \leq m)$

c: Kosten der Suche

N Geschäfte

Nach Periode j sei der minimale Preis m_j. Der erwartete Wert einer weiteren Suche ist dann:

$$\text{prob}\left(p < m_j\right) \cdot E\left[m_j - p \middle| p < m_j\right] - c$$

$$= E\left[\max\left\{0, m_j - p\right\}\right] - c$$

$$= \int_0^{m_j} \left(m_j - p\right) f(p)\,dp - c$$

$$= \left(m_j - p\right) F(p)\Big|_0^{m_j} - \int_0^{m_j} (-1) F(p)\,dp - c$$

$$= \int_0^{m_j} F(p)\,dp - c \equiv g\left(m_j\right) - c$$

=> suche solange, bis $g(m_j) \leq c$

Reservationspreis : $\hat{p} = g^{-1}(c)$

Bemerkungen:

- Bis auf das letzte Geschäft ist der Reservationspreis geschäftsunabhängig (periodenunabhängig) ($\hat{p}_N = m_{N-1}$)

  Regel: Suche solange, bis das der erwartete Mehrwert *einer* weiteren Suche negativ ist.

  Frage: Warum nur *eine* weitere Suche?

  Antwort: Sei $\hat{p}$ der *Reservationspreis*, d.h. der Preis, bei dem eine zusätzliche Suche gerade zu Null Mehrwert führt. Sei $\tilde{p}_t$ der wahre Rervationspreis.

  (i) Ann. $\tilde{p} > \hat{p}$

  Nicht möglich, da dann eine weitere Suche sinnvoll wäre.

  (ii) Ann. $\tilde{p}_t < \hat{p}_t$

  $p_t = \tilde{p}_t + \varepsilon < \hat{p}$ => suche weiter

  $p_{t+1} > p_t$ => suche weiter, Situation wie zuvor

  $p_{t+1} < p_t - \varepsilon = \tilde{p}_t$ => kaufe

  Dies kann aber nicht optimal sein, da der Wert einer zusätzlichen Suche negativ ist.

- Das Konsumenten-Suchverhalten hängt sowohl von der Verteilung [f(p)] als auch von den Suchkosten ab.

- $C\uparrow \Rightarrow \hat{p}_t\uparrow$, da $g' > 0$

- Betrachte G(p), wobei F(p) SOSD G(p)

$$\Rightarrow \int_0^m G(p)\,dp \geq \int_0^m F(p)\,dp$$

=> Reservationspreis fällt
erwarteter Preis fällt

=> Individuen bevorzugen G(p)

- Rothschild (74): Konsumenten kennen F(p) nicht

=> ähnliche Ergebnisse, aber nun ist es möglich, daß ein niedriger Preis eine Änderung von f(p) signalisiert, somit sind "Reservationspreise" für die gegebene Verteilung nicht stabil.

Aber: Warum sollten Firmen unterschiedliche Preise setzen?

z.B. alle Firmen gleich, alle Konsumenten gleich => setze $p = \hat{p}$

=> benötige :

- heterogene Firmen
- heterogene Konsumenten (ex-post)
- Mechanismus, wie sich Firmen und Konsumenten begegnen
  => Market Matching Modelle

Bsp.: (McKenna, in "Surveys in the Economics of Uncertainty", Hey & Lambert, ed.)

$u(p)$: indirekte Nutzenfunktion

$$\Rightarrow \int_{\underline{p}}^{\tilde{p}} \left[u(p) - u(\tilde{p})\right] dF(p) - c = h(\tilde{p}) \qquad (*)$$

Wert einer zusätzlichen Suche

Reservationspreis: $\hat{p}$ s.d. $h(\hat{p}) = 0$

$$\Rightarrow \text{Nachfrage}: d(p) = \begin{cases} q(p) & p \leq \hat{p} \\ 0 & p \geq \hat{p} \end{cases}$$

Firmen: GK = X ,unterschiedlich mit Verteilung G(X)

Gewinn von Firma j :

$$\pi_j = \begin{cases} (p_j - X_j)q(p_j)E[n_j] & p_j \le \hat{p} \\ 0 & p_j > \hat{p} \end{cases}$$

$E[n_j] =$ erwartete Anzahl der Kunden

$$= \frac{m}{n} = \frac{\text{Anzahl der Käufer}}{\text{Anzahl der Verkäufer}} \qquad \text{(Suche ist zufällig!)}$$

$$\frac{d\pi_j}{dp_j} = q(p_j) + (p_j \cdot X_j) \cdot q'(p_j) = 0$$

$$\Rightarrow p_j = X_j \cdot \frac{e}{1+e} \qquad e = \frac{p_j}{q_j} \cdot \frac{dq(p_j)}{dp_j}$$

Ann: $e = \text{konstant}$

$$\Rightarrow p_j = \begin{cases} X_j \cdot \frac{e}{1+e} & \text{für } X_j \cdot \frac{e}{1+e} \le \hat{p} \\ \hat{p} & \text{für } X_j \cdot \frac{e}{1+e} > \hat{p} \end{cases}$$

=> Verteilung der Preise:

$$F(p) = \begin{cases} G\left(p \cdot \dfrac{1+e}{e}\right) & p \leq \hat{p} \\ 1 & p > \hat{p} \end{cases}$$

Dieses F muß nun in (*) benutzt werden, im Gleichgewicht sind alle Gleichungen erfüllt.

Beobachtungen:

(i) keine Firma wird einen Preis höher als den Reservationspreis verlangen

(ii) viele Firmen verlangen den Reservationspreis (Wahrscheinlichkeitsmasse bei $\hat{p}$)

(iii) alle Firmen und Individuen verhalten sich individuell rational

(iv) im Gleichgewicht findet kein Suchen statt

(v) Firmen haben beschränkte Monopolmacht

Erweiterungen:

- Lohnschwankungen
- on-the-job Suche nach Lohnverbesserungen
- im GG: Firmen sind indifferent zwischen hohem Lohn / geringem Turnover und niedrigem Lohn / hohem Turnover

Herding & Anti Herding