

## 10. Übungsblatt - Lösungen

### Lösungen:

1.

- (a) Für den erwarteten Nutzen gilt:

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2).$$

Mit  $c_1 = 1.000.000$ ,  $c_2 = 10.000$ ,  $\pi_1 = 0,9$ ,  $\pi_2 = 1 - \pi_1 = 0,1$  erhalten wir:

$$EU = 0,9\sqrt{1.000.000} + 0,1\sqrt{10.000} = 900 + 10 = 910.$$

Lothars erwarteter Nutzen beträgt also 910.

- (b) Die Versicherung mit der Prämie  $p$  zahlt im Schadenfall 1.000.000 aus; somit beträgt Lothars sicheres Einkommen  $1.000.000 - p$ . Die Prämie  $p$ , die Lothar maximal zu zahlen bereit ist, wird so berechnet, dass Lothar gerade indifferent ist zwischen dem Abschluss einer Versicherung und keiner Versicherung. Im letzteren Fall erzielt Lothar einen erwarteten Nutzen von 910 (siehe (a)).

$$U(1.000.000 - p) = EU = 910 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{1.000.000 - p} = 910 \Leftrightarrow 1.000.000 - p = 828.100 \Leftrightarrow$$

$$p = 171.900.$$

2.

- (a) Mit  $w_1 = 10.000$ ,  $w_2 = 100$ ,  $\pi_1 = 0,5$ ,  $\pi_2 = 1 - \pi_1 = 0,5$  ist Andreas erwarteter Nutzen gegeben durch:

$$EU = \pi_1 U(w_1) + \pi_2 U(w_2) = 0,5\sqrt{10.000} + 0,5\sqrt{100} = 50 + 5 = 55.$$

- (b) „Mit Sicherheit“ heisst, dass Andrea in jedem Fall, also in allen Zuständen der Welt  $w = 4.900$  Euro erhält. Daher ist Ihr erwarteter Nutzen gleich dem Nutzen aus dem sicheren Vermögen:

$$EU = \pi_1 U(w) + \pi_2 U(w) = (\pi_1 + \pi_2)U(w) = 1 \cdot U(w) = U(w),$$

$$U(4.900) = \sqrt{4.900} = 70.$$

- (c) Das Sicherheitsäquivalent  $SE$  ist definiert durch:

$$U(SE) = EU.$$

Somit gilt hier:

$$U(SE) = \pi_1 U(w_1) + \pi_2 U(w_2),$$

$$\sqrt{SE} = 0,5\sqrt{w_1} + 0,5\sqrt{w_2}.$$

Mit  $w_1 = 10.000$ ,  $w_2 = 100$  folgt:

$$\sqrt{SE} = 0,5\sqrt{10.000} + 0,5\sqrt{100} \Leftrightarrow \sqrt{SE} = 55 \Leftrightarrow$$

$$SE = 3.025.$$

3. Das Ereignis „kein Hochwasser“ führt zu  $w_N = 500.000$  mit  $\pi_N = 0,9$ ; das Ereignis „Hochwasser“ zu  $w_H = 50.000$  mit  $\pi_H = 1 - \pi_N = 0,1$ . Die Versicherungsprämie beträgt für eine Deckungssumme von  $x$  Euro  $0,1x$ .

- (a) Wenn Herbert keine Versicherung abschließt, ist sein bedingtes Konsumbündel gegeben als:

$$c_N = w_N = 500.000; \quad c_H = w_H = 50.000.$$

- (b) Wenn sich Herbert mit  $x$  Euro versichert und die Prämienzahlung dafür  $0,1x$  Euro beträgt, ist sein bedingtes Konsumbündel:

$$c_N = w_N - 0,1x = 500.000 - 0,1x;$$

$$c_H = w_H + x - 0,1x = w_H + (1 - 0,1)x = 50.000 + 0,9x.$$

Die Budgetrestriktion erhalten wir, wenn wir in diesen beiden Gleichungen  $x$  eliminieren. Zum Beispiel können wir die Gleichung für  $c_N$  nach  $x$  auflösen und in die Gleichung für  $c_H$  einsetzen:

$$c_N - 500.000 = -0,1x \Leftrightarrow x = 5.000.000 - 10c_N \Rightarrow$$

$$c_H = 50.000 + 0,9[5.000.000 - 10c_N] \Leftrightarrow$$

$$c_H + 9c_N = 4.550.000.$$

- (c) Herbert maximiert seinen erwarteten Nutzen unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion aus (b):

$$\max EU = 0,1\sqrt{c_H} + 0,9\sqrt{c_N} \quad s.t. \quad c_H + 9c_N = 4.550.000.$$

Die Lagrange-Funktion lautet:

$$L = 0,1\sqrt{c_H} + 0,9\sqrt{c_N} - \lambda(c_H + 9c_N - 4.550.000).$$

Die FOC lauten:

$$(I) \quad \frac{\partial L}{\partial c_H} = 0,5 \frac{0,1}{\sqrt{c_H}} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{0,05}{\sqrt{c_H}} = \lambda,$$

$$(II) \quad \frac{\partial L}{\partial c_N} = 0,5 \frac{0,9}{\sqrt{c_N}} - 9\lambda = 0 \Rightarrow \frac{0,45}{\sqrt{c_N}} = 9\lambda,$$

$$(III) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(c_H + 9c_N - 4.550.000) = 0.$$

(I) in (II) eingesetzt ergibt:

$$\frac{0,45}{\sqrt{c_N}} = 9 \frac{0,05}{\sqrt{c_H}} \Leftrightarrow \sqrt{c_H} = \sqrt{c_N} \Leftrightarrow$$

$$c_H = c_N.$$

Einsetzen in (III) führt dann zu:

$$c_N + 9c_N = 4.550.000 \Leftrightarrow$$

$$c_N = 455.000, \quad c_H = c_N = 455.000.$$

Der bedingte Konsum ist also in beiden Zuständen gleich hoch.

Die optimale Deckungssumme kann aus dem bedingten Konsum (siehe (b)) ermittelt werden:

$$c_N = 500.000 - 0,1x \Leftrightarrow x = 5.000.000 - 10c_N \Rightarrow$$

$$x = 5.000.000 - 10 \cdot 455.000 = 450.000.$$

Der (mögliche) Schaden beträgt  $w_H - w_N = 500.000 - 50.000 = 450.000$ . Herbert wählt also eine Vollversicherung (Volldeckung);  $x$  entspricht dem möglichen Schaden. Die Prämie für die Versicherung beträgt schließlich:

$$0,1x = 0,1 \cdot 450.000 = 45.000.$$

4. Mit Wahrscheinlichkeit  $\pi_1 = 0,75$  beträgt der (End)Kurs des Wertpapiers 15 Euro, mit Wahrscheinlichkeit  $\pi_2 = 1 - \pi_1 = 0,25$  stellt sich ein (End)Kurs von 5 Euro ein.

- (a) Veronas mögliche Endvermögen sind gegeben durch:

$$w_1 = 50.000 - 10x + 15x = 50.000 + 5x,$$

$$w_2 = 50.000 - 10x + 5x = 50.000 - 5x.$$

- (b) Verona maximiert ihren erwarteten Nutzen durch Wahl von  $x$ , also der Anzahl der Wertpapiere, die sie zum Stückpreis von 10 Euro kaufen kann:

$$\max_x EU = \pi_1 U(w_1) + \pi_2 U(w_2). \text{ Also:}$$

$$\max_x 0,75 \ln[50.000 + 5x] + 0,25 \ln[50.000 - 5x].$$

Die FOC (SOC ist erfüllt) lautet:

$$0,75 \frac{1}{50.000 + 5x} 5 + 0,25 \frac{1}{50.000 - 5x} (-5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$0,75(50.000 - 5x) - 0,25(50.000 + 5x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$25.000 = 5x \Leftrightarrow$$

$$x = 5.000.$$

Wenn Verona 5.000 Wertpapiere kauft, beträgt ihr bedingtes Endvermögensbündel:

$$w_1 = 50.000 + 5 \cdot 5.000 = 75.000, \quad w_2 = 50.000 - 5 \cdot 5.000 = 25.000.$$