

4. Übungsblatt - Lösungen

Lösungen:

1.

(a) Die Auszahlungsmatrix lautet:

		Tschetschenien		Spiegel	
				Atomausstieg	
Focus	Tschetschenien	15	15	30	70
	Atomausstieg	70	30	35	35

Für beide Zeitschriften ist die Atomausstieg-Story eine dominante Strategie, da sie unabhängig von der Wahl (Strategie) des jeweils anderen höhere Auszahlungen als die Tschetschenien-Story bringt. Beide wählen somit ihre dominanten Strategien; als Gleichgewicht in dominanten Strategien stellt sich somit das Strategiepaar „Atomausstieg/Atomausstieg“ ein. Beide Zeitschriften bringen also die Atomausstieg-Story.

(b) Die Auszahlungsmatrix lautet:

		Tschetschenien		Spiegel	
				Atomausstieg	
Focus	Tschetschenien	18	12	30	70
	Atomausstieg	70	30	42	28

Für den „Focus“ ist die Atomausstieg-Story nach wie vor eine dominante Strategie; er wird also die Atomausstieg-Story veröffentlichen. Der „Spiegel“ hat hingegen keine dominante Strategie mehr. Wenn er aber weiß, dass der „Focus“ die Atomausstieg-Story bringt, ist es für den „Spiegel“ optimal, mit seiner besten Wahl darauf zu antworten, nämlich mit der Tschetschenien-Story (da $30 > 28$).

2.

(a) Die Auszahlungsmatrix ist gegeben durch:

		Gabriel	
		Fest	daheim bleiben
Evelyn	Fest	1000 1000	0 0
	daheim bleiben	0 0	0 0

- (b) Keiner der beiden hat einen Grund, dem Fest fernzubleiben, da zum Fest zu gehen in jedem Fall mindestens ebenso gut ist wie fernzubleiben. Somit werden beide zum Fest gehen, sich sehen und eine „Auszahlung“ von jeweils 1000 erhalten. Für beide Spieler ist „gehe zum Fest“ eine schwach dominante Strategie.
Eine Strategie eines Spielers 1 ist *schwach dominant*, wenn sie für jede Strategie des anderen Spielers eine mindestens gleich hohe Auszahlung als alle anderen Strategien des Spielers 1 und für mindestens eine Strategie des anderen Spielers eine höhere Auszahlung gewährt. Hingegen ist eine Strategie eines Spielers 1 *strikt dominant*, wenn sie für jede Strategie des anderen Spielers zu einer höheren Auszahlung als alle anderen Strategien des Spielers 1 führt. (Beim Gefangenendilemma (siehe Vorlesung) ist die Strategie „gestehen“ für beide Spieler eine strikt dominante Strategie.)
- (c) Das Strategiepaar „Fest/Fest“ ist zugleich ein Nash-Gleichgewicht, da wechselseitig beste Antworten vorliegen. Das Strategiepaar „daheim bleiben/daheim bleiben“ beinhaltet ebenfalls wechselseitig beste Antworten und ist daher auch ein Nash-Gleichgewicht.
- (d) Das Nash-Gleichgewicht „Fest/Fest“ ist vernünftiger, da die damit verbundenen Auszahlungen höher sind. Wenn jeder Spieler an die Möglichkeit glaubt, dass der andere Spieler zum Fest geht, wird er selbst auch zum Fest gehen.
- (e) Die Auszahlungsmatrix lautet

		Gabriel			
		kleines Fest		großes Fest	
Evelyn	kleines Fest	1000	1000	0	0
	großes Fest	0	0	500	500

Keiner der beiden Spieler hat eine dominante Strategie; es gibt also kein Gleichgewicht in dominanten Strategien.

Es gibt zwei Nash-Gleichgewichte (wechselseitig beste Antworten), nämlich: „kleines Fest/kleines Fest“ und „großes Fest/großes Fest“.

- (f) Das Nash-Gleichgewicht kleines Fest/kleines Fest ist pareto-superior, da beide Spieler höhere Auszahlungen als im anderen Nash-Gleichgewicht erhalten. Wenn beide Spieler jeweils alles wissen, können sie folgern, dass der jeweils andere Spieler zum kleinen Fest gehen wird. Beide werden dann zum kleinen Fest gehen.

3. Hier handelt es sich um ein sequentielles Spiel; Siemens entscheidet vor Gaggia.

- (a) Die Auszahlungsmatrix ist gegeben als:

		Gaggia			
		Preiskrieg		kein Preiskrieg	
Siemens	eintreten	-100.000	50.000	100.000	100.000
	nicht eintreten	0	300.000	0	300.000

Sowohl das Strategiepaar „eintreten/kein Preiskrieg“ als auch das Strategiepaar „nicht eintreten/Preiskrieg“ sind Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien, da sie

wechselseitig beste Antworten darstellen (das Strategiepaa „nicht eintreten/Preiskrieg“ stellt ein Nash-Gleichgewicht dar, denn Gaggias beste Antwort auf „nicht eintreten“ ist „Preiskrieg“, da eine Indifferenz zwischen „Preiskrieg“ und „kein Preiskrieg“ vorliegt; Siemens beste Antwort auf „Preiskrieg“ ist „nicht eintreten“, da Siemens sonst einen Verlust von 100.000 Euro erleiden würde).

Beachte, dass bei der Darstellung dieses Spiels in Normalform der sequentielle Charakter des Spiels nicht erkennbar ist.

- (b) Der Spielbaum hat folgende Gestalt:

		Siemens	
		nicht eintreten	eintreten
Gaggia	Preiskrieg	kein Preiskrieg	Preiskrieg kein Preiskrieg
		$\underline{0}$ 300.000	$\underline{-100.000}$ 50.000
		$\underline{0}$ 300.000	$\underline{100.000}$ 100.000

- (c) Lösung über Backward induction („Rückwärtsinduktion“). Wenn Siemens in den Markt eintritt, dann erzielt Gaggia einen Gewinn von 50.000, wenn es einen Preiskrieg führt; lässt es Siemens jedoch gewähren, beträgt Gaggias Gewinn 100.000. Im Falle eines Markteintritts von Siemens ist es für Gaggia also optimal, keinen Preiskrieg zu führen. Siemens erzielt dann einen Gewinn von 100.000. Wenn Siemens nicht eintritt, beträgt der Gewinn von Siemens 0. Siemens wird in den Markt eintreten, da es ausrechnen kann, dass Gaggia den Eintritt nicht bekämpfen wird, und einen Gewinn von 100.000 erzielen. Gaggias Gewinn beträgt dann 100.000.

Eine Drohung von Gaggia, im Falle eines Markteintritts von Siemens einen Preiskrieg zu beginnen, ist nicht glaubwürdig, da es, wie wir gesehen haben, *nach* erfolgtem Markteintritt für Gaggia besser ist, nicht zu kämpfen.

Das Strategiepaa „nicht eintreten/Preiskrieg“ stellt zwar ein Nash-Gleichgewicht dar (siehe (a)), jedoch ist dieses Nash-Gleichgewicht nicht teilspielperfekt. Eine teilspielperfekte Strategie muss in allen Teilspielen (also an jedem Knoten des Spielbaumes) ein Nash-Gleichgewicht sein. Eine Strategie von Gaggia, die „Preiskrieg“ besagt, ist aber im Falle des Markteintritts von Siemens kein Gleichgewicht, da „Preiskrieg“ ex post nicht Gaggias beste Antwort auf den Markteintritt von Siemens ist. Backward induction eliminiert alle nicht teilspielperfekten Strategien, d. h. Strategien, die nicht glaubwürdig sind.

- (d) Auch dieses sequentielle Spiel lösen wir mittels Rückwärtsinduktion, d. h. von hinten. Wir betrachten, was in Stadt 3 passiert, in der als letztes gespielt wird. Offensichtlich liegt in Stadt 3 dieselbe Situation vor wie in den Teilaufgaben (b) und (c): Der Markteintritt von Siemens wird erfolgen. Gaggia hat keine Möglichkeit, (glaubwürdig) damit zu drohen, in weiteren Städten einen Preiskrieg zu führen, da es

keine weiteren Städte gibt. Siemens tritt also in Stadt 3 in den Markt ein, und Gaggia wird mit „kein Preiskrieg“ darauf antworten.

Was geschieht nun in Stadt 2? Da Siemens in Stadt 3 in jedem Fall in den Markt eintreten wird und Gaggias beste Antwort darauf „kein Preiskrieg“ ist, ist die Drohung von Gaggia, einen Markteintritt in Stadt 2 mit einem Preiskrieg in Stadt 3 zu beantworten, nicht glaubwürdig (Gaggia kann zwar damit drohen, wenn aber Siemens in Stadt 3 einmal in den Markt eingetreten ist, ist es für Gaggia im nachhinein besser, keinen Preiskrieg zu führen). Somit wird Siemens auch in Stadt 2 in den Markt eintreten. Die beste Antwort von Gaggia auf einen Markteintritt in Stadt 2 ist „kein Preiskrieg“ in Stadt 2.

In Stadt 1 schließlich gilt dasselbe wie in Stadt 2. Beide Spieler wissen schon, dass weder in Stadt 2 noch in Stadt 3 ein Preiskrieg geführt wird und Siemens in beiden Städten in den Markt eintritt. Daher ist Gaggias Drohung, einen Markteintritt in Stadt 1 mit einem Preiskrieg in den Städten 2 und 3 zu beantworten, ebenfalls nicht glaubwürdig. Daher wird Siemens auch in Stadt 1 in den Markt eintreten. Gaggias beste Antwort in Stadt 1 ist ebenfalls „kein Preiskrieg“ in Stadt 1.

Das Ergebnis ist also, dass Siemens in allen drei Städten in den Markt eintreten wird und Gaggia in keiner der drei Städte einen Preiskrieg führen wird. Die Drohungen sind unglaublich.

Dieses Spiel ist unter dem Namen „Handelsketten-Paradoxon“ bekannt. Paradox ist, dass entgegen dem „gesunden Menschenverstand“ (und auch vieler Praxisfälle) ein Markteintritt nicht bekämpft wird. Dieses Ergebnis ist dadurch begründet, dass durch einen Preiskrieg in einem Markt eben kein Reputationsaufbau möglich ist, da in der letzten Stadt ein Eintritt niemals bekämpft werden wird und somit eine Drohung in der vorletzten Stadt (2) nicht glaubwürdig ist. Mittels Rückwärtsinduktion erhalten wir dann das paradoxe Ergebnis. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass alle Spieler alles wissen („common knowledge“) und dass die Anzahl der Städte (Märkte) bekannt und sicher, fest und endlich ist.