

10. Übungsblatt

(Unsicherheit)

Literatur: Varian (1995), Kapitel 12

Aufgaben:

1. Lothar, ein sehr guter Fußballamateur, hat eine von-Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion (vNM) der Form $U(c) = \sqrt{c}$. Nach Abschluss seiner Schulausbildung wird er in das Profilager wechseln und 1.000.000 Euro erhalten. Falls er sich jedoch eine ernsthafte Verletzung zuzieht, die das sportliche Aus bedeuten würde, wird er nur einen mit 10.000 Euro schlecht bezahlten Job erhalten. Die Wahrscheinlichkeit, dass Lothar ernsthaft verletzt wird, beträgt 10 %.
 - (a) Berechnen Sie Lothars erwarteten Nutzen.
 - (b) Wenn Lothar jedoch eine Versicherung mit der Prämienzahlung p abschließt, die ihm im Falle einer ernsthaften Verletzung 1.000.000 Euro auszahlt, erhält er mit Sicherheit $1.000.000 - p$ Euro Einkommen (unabhängig davon, ob er sich verletzt oder nicht). Berechnen Sie den Preis p dieser Versicherung, den Lothar maximal zu zahlen bereit ist.
2. Andrea hat folgende vNM-Nutzenfunktion: $U(w) = \sqrt{w}$. Die Eintrittswahrscheinlichkeit von Ereignis 1 beträgt π , von Ereignis 2 $1 - \pi$.
 - (a) Berechnen Sie Andreas erwarteten Nutzen einer Lotterie, die beim Eintritt von Ereignis 1 10.000 Euro, beim Eintritt von Ereignis 2 100 Euro auszahlt, wenn $\pi = 0,5$ ist.
 - (b) Ermitteln Sie Andreas Nutzen, wenn sie mit Sicherheit 4.900 Euro erhält.
 - (c) Sei w_1 die Auszahlung der Lotterie beim Eintritt von Ereignis 1, w_2 beim Eintritt von Ereignis 2. Geben Sie für $\pi = 0,5$ die allgemeine Formel für das Sicherheitsäquivalent an. Berechnen Sie nun Andreas Sicherheitsäquivalent für die Auszahlungen $w_1 = 10.000$, $w_2 = 100$.
3. Herbert besitzt eine Fabrik, die an einem Fluss liegt, der in manchem Frühjahr mit katastrophalen Folgen über die Ufer tritt. Im kommenden Sommer möchte Herbert seine Fabrik verkaufen. Sein einziges Einkommen wird der Erlös aus dem Verkauf der Fabrik sein. Im Falle eines „normalen“ Frühjahrs ohne Hochwasser wird die Fabrik 500.000 Euro wert sein; sollte es jedoch zu einer katastrophalen Überschwemmung kommen, ist die Fabrik nur noch 50.000 Euro wert. Herbert hat die Möglichkeit, eine Versicherung gegen Hochwasserschäden abzuschließen, die pro 1 Euro Deckungssumme 10 Cent kostet. Herbert schätzt die Wahrscheinlichkeit für ein Hochwasser auf $1/10$. Das bedingte Gut „Euro im Falle eines Hochwassers“ werde mit c_H bezeichnet, das bedingte Gut „Euro im Falle eines normalen Frühjahrs“ mit c_N . Herberts vNM-Nutzenfunktion ist gegeben durch: $U(c) = \sqrt{c}$.

- (a) Geben Sie Herberts bedingtes Konsumbündel für den Fall an, dass er *keine* Versicherung abschließt.
 - (b) Geben Sie Herberts bedingtes Konsumbündel für den Fall an, dass er eine Versicherung mit einer Deckungssumme von x Euro abschließt, und ermitteln Sie hieraus seine Budgetrestriktion.
 - (c) Berechnen Sie nun Herberts optimales bedingtes Konsumbündel und die von ihm gewählte Deckungssumme. Wie wird sich also Herbert versichern? Welche Prämie muss er dann bezahlen?
4. Verona, deren vNM-Nutzenfunktion durch $U(w) = \ln w$ gegeben ist, steht vor dem Problem, ob und wieviel Geld sie in ein Wertpapier investieren soll, das augenblicklich 10 Euro pro Stück kostet und dessen Wert mit Wahrscheinlichkeit $\pi = 0,75$ auf 15 Euro steigt und mit $1 - \pi = 0,25$ auf 5 Euro fällt. Ihr Anfangsvermögen beträgt 50.000 Euro.
- (a) Geben Sie die beiden möglichen Endvermögen an, wenn Verona x Wertpapiere zum Preis von 10 Euro pro Stück kauft.
 - (b) Berechnen Sie, wieviel Stück x des Wertpapiers Verona kaufen sollte, wenn sie ihren vNM-Nutzen maximieren will. Wie lautet Veronas optimales bedingtes Endvermögensbündel?