

8. Übungsblatt - Lösungen

Lösungen:

1.

- (a) Unternehmen 1 maximiert seine Gewinne, gegeben die Preise:

$$\max_x \pi_1 = 8x - x^2.$$

Aus der Bedingung erster Ordnung (SOC erfolgt) folgt:

$$x^* = 4, \pi_1^* = 16, s^* = (x^*)^2 = 16.$$

Unternehmen 2 maximiert:

$$\max_y \pi_2 = 6y - 0,5y^2 - s.$$

Aus der Bedingung erster Ordnung (SOC erfüllt) folgt:

$$y^* = 6 \text{ und gegeben } s^*: \pi_2^* = 18 - s^* = 18 - 16 = 2.$$

- (b) Das fusionierte Unternehmen maximiert nun den gemeinsamen Gewinn aus den beiden Aktivitäten, d. h. es wählt simultan die gewinnmaximalen Outputmengen x und y . Durch die Fusion wird der negative externe Effekt, den die Produktion des Gutes x auf den Gewinn aus der Produktion des Gutes y ausübt, internalisiert. Das Maximierungsproblem lautet:

$$\max_{x,y} \pi = \pi_1 + \pi_2 \text{ s. t. } s = x^2 \Leftrightarrow$$

$$\max_{x,y} (8x - x^2) + (6y - 0,5y^2 - x^2).$$

Aus den Bedingungen erster Ordnung folgt:

$$\hat{x} = 2, \hat{y} = 6, \hat{s} = \hat{x}^2 = 4, \hat{\pi} = 26 > \pi_1^* + \pi_2^* = 18.$$

Die Fusion führt aufgrund der Internalisierung des (negativen) externen Effektes zu Effizienzgewinnen und damit zu einem höheren Gewinn als bei getrennter Produktion. Daher kann getrennte Produktion auf Dauer nicht bestehen bleiben, da für beide Unternehmen ein Anreiz besteht zu fusionieren. Lesen Sie hierzu Varian (1995), Kapitel 31.5, S. 545 - 546.

- (c) Durch die Einführung einer Pigou-Steuer auf den negativen externen Effekt, die dessen Verursacher, Unternehmen 1, zu tragen hat, kann der externe Effekt internalisiert werden, d. h. es kann erreicht werden, dass Unternehmen 1 freiwillig die sozial effizienten Output- und Verschmutzungsmengen (\hat{x}, \hat{s}) wählt. Durch die Einführung der Steuer wird erreicht, dass die Verschmutzung für Unternehmen 1 nicht mehr kostenlos ist. Nun ist also die korrekte Höhe der Steuer, also der „richtige“ Preis der Verschmutzung zu bestimmen.

Wenn t eine Mengensteuer auf die Verschmutzung s ist, lautet das Maximierungsproblem des Unternehmens 1 nun:

$$\max_{x,s} \pi_1 = 8x - x^2 - ts \text{ s. t. } s = x^2 \Leftrightarrow$$

$$\max_x \pi_1 = 8x - x^2 - tx^2.$$

Die Bedingung erster Ordnung (SOC erfüllt) lautet:

$$8 - 2x - 2tx = 0.$$

Die Steuer t kann nun so gewählt werden, dass Unternehmen 1 das sozial optimale \hat{x} und damit die sozial effiziente Verschmutzung \hat{s} wählt. Aus obiger Gleichung folgt:

$$t = \frac{8 - 2\hat{x}}{2\hat{x}}.$$

Einsetzen von \hat{x} führt zur Pigou-Steuer in Höhe von $t = \frac{8-4}{4} = 1$. Der

Verschmutzung wird durch die Pigou-Steuer der Preis 1 zugewiesen. Dadurch wird der negative externe Effekt vollständig internalisiert. t entspricht den Grenzkosten der Verschmutzung, die bei Unternehmen 2 anfallen.

2. Bei dieser Aufgabe liegt ein positiver externer Effekt der Imkerei auf die Apfelplantage vor.

- (a) Die Imkerei maximiert ihre Gewinne aus der Honigproduktion:

$$\max_H \pi_H = 2H - \frac{H^2}{100}.$$

Aus der Bedingung erster Ordnung (SOC erfüllt) folgt die optimale Honigproduktion: $H^* = 100$.

Der Apfelproduzent maximiert:

$$\max_A \pi_A = 3A - \left(\frac{A^2}{100} - H \right), H \text{ gegeben.}$$

Aus der Bedingung erster Ordnung (SOC erfüllt) ergibt sich: $A^* = 150$.

- (b) Durch den Zusammenschluss wird der positive externe Effekt, den die Imkerei auslöst, internalisiert. Bei der gemeinsamen Gewinnmaximierung wird nämlich berücksichtigt, dass die Kosten der Apfelproduktion sinken, wenn der Honigoutput steigt. Das fusionierte Unternehmen maximiert den gemeinsamen Gewinn durch simultane Wahl des Honig- und des Apfeloutputs:

$$\max_{H,A} \pi = \pi_H + \pi_A = \left(2H - \frac{H^2}{100} \right) + \left(3A - \left(\frac{A^2}{100} - H \right) \right).$$

Aus den Bedingungen erster Ordnung folgen die gewinnmaximalen Outputmengen:

$$\hat{H} = 150, \hat{A} = 150.$$

Wir sehen, dass das fusionierte Unternehmen mehr Honig produziert als bei getrennter Gewinnmaximierung.

- (c) Der sozial effiziente Honigoutput beträgt $\hat{H} = 150$. Hierbei ist der positive externe Effekt der Honigproduktion auf die Gewinne des Apfelproduzenten berücksichtigt. Bei volkswirtschaftlicher Betrachtung ist der Marktpreis für Honig zu niedrig, da in ihm nicht der positive externe Effekt enthalten ist. Daher wird die Imkerei zu wenig Honig erzeugen (siehe unter (a)). Wenn beide Unternehmen selbständig bleiben, kann der positive externe Effekt durch eine Subventionierung der Honigproduktion (dort wird der externe Effekt ausgelöst) internalisiert werden. Durch eine geeignete Mengensubvention z des Honigoutputs H kann die Imkerei dazu bewegt werden, freiwillig die sozial effiziente Honigmenge zu produzieren. Die Subvention korrigiert also den Marktpreis um den positiven externen Effekt.

Die Imkerei maximiert dann:

$$\max_H \pi_H = 2H - \frac{H^2}{100} + zH.$$

Die Bedingung erster Ordnung (SOC ist erfüllt) lautet:

$$2 - \frac{1}{50}H + z = 0.$$

Will man, dass die Imkerei freiwillig \hat{H} wählt, muss die Mengensubvention wie folgt gesetzt werden:

$$2 - \frac{1}{50}H + z = 0 \Leftrightarrow$$

$$z = \frac{1}{50}\hat{H} - 2 \Rightarrow z = \frac{1}{50}150 - 2 = 1.$$

Mit einer Subvention in Höhe von 1 Euro pro Einheit Honig wird die Imkerei dazu veranlasst, die sozial effiziente Honigmenge zu erzeugen. Die Subvention $z = 1$ spiegelt den Grenzerlös der Honigproduktion wider, die aufgrund des externen Effektes beim Apfelproduzenten anfallen.

3.

(a) Individuelle (getrennte) Gewinnmaximierung führt zu:

$x_F = 4000$, $x_G = 10$. Die Gewinne (in DM) erhält man, indem man die eben berechneten Werte für x_F und x_G in die jeweiligen Zielfunktionen (Gewinnungleichungen) einsetzt: $\pi_F = 4.000.000$, $\pi_G = 6.050.000$, $\pi_W = 2.000.000$. Die Summe der individuellen Gewinne beträgt somit: 12.050.000 DM.

Die sozial optimalen Werte für x_F und x_G erhält man durch gemeinsame Gewinnmaximierung, da dadurch die externen Effekte internalisiert werden, also:

$\max_{x_F, x_G} \pi = \pi_F + \pi_G + \pi_W$. Aus den Bedingungen erster Ordnung (FOC) folgen dann

die sozial optimalen Werte: $\hat{x}_F = 3.000$, $\hat{x}_G = 10$. Die Gewinne erhält man durch Einsetzen dieser sozial optimalen Werte in die Gewinnungleichungen:

$\hat{\pi}_F = 3.500.000$, $\hat{\pi}_G = 4.050.000$, $\hat{\pi}_W = 5.500.000$. Die Summe der Gewinne beträgt 13.050.000 DM und ist um 1.000.000 DM höher als bei individueller Gewinnmaximierung. Im einzelnen gilt: $\hat{\pi}_F < \pi_F$, $\hat{\pi}_G < \pi_G$, $\hat{\pi}_W > \pi_W$.

(b) Die Gewinnungleichung der fusionierten Flughafen GmbH lautet: $\tilde{\pi} = \pi_F + \pi_G$.

Gewinnmaximierung durch simultane Wahl von x_F und x_G führt über die FOC zu:

$\tilde{x}_F = 6.000$, $\tilde{x}_G = 10$. Der Gewinn der Flughafen GmbH beträgt somit: $\tilde{\pi} = 12.050.000$. Hingegen verschlechtert sich die Situation des Wohngebietes erheblich, da sich der Gewinn des Wohngebietes (ermittelt durch Einsetzen von \tilde{x}_F in die Gewinnungleichung des Wohngebietes) auf nunmehr $\tilde{\pi}_W = -8.000.000$ beläuft, also ein (beträchtlicher) Verlust entsteht.

(c) Nun wird von der Flughafen GmbH eine Pigou-Steuer t auf die Zahl der Flugbewegungen erhoben, um diese zu veranlassen, freiwillig die sozial optimale Zahl an Flugbewegungen $\hat{x}_F = 3.000$ zu wählen. Die neue Gewinnungleichung unter Berücksichtigung der Steuer lautet dann: $\tilde{\pi} = \tilde{\pi} - t \cdot x_F$. Aus den Bedingungen erster Ordnung folgt für die optimale Wahl von x_F : $4.000 - x_F + 2.000 - t = 0 \Leftrightarrow t = 6.000 - \hat{x}_F$, wobei der letzte Schritt besagt, dass von der Behörde t gerade so gewählt wird, dass sich die Flughafen GmbH

gemäß ihrer Gewinngleichung freiwillig für \hat{x}_F entscheidet. Einsetzen von $\hat{x}_F = 3.000$ führt dann zu einem Steuersatz von $t = 3.000$. Setzen die Behörden also eine (Mengen-)Steuer in Höhe von 3000 DM pro Flugbewegung fest, ist es für die Flughafen GmbH optimal, 3000 Flugbewegungen pro Monat durchzuführen.

Der Vorteil einer solchen Steuerlösung liegt darin, dass keine Verhandlungen zwischen den verschiedenen Parteien erforderlich sind, was besonders dann gewichtig ist, wenn es sehr viele Beteiligte gibt. Der Nachteil der Steuerlösung liegt in der Ermittlung des „richtigen“ Steuersatzes begründet: Um das t zu finden, das zu \hat{x}_F führt, müssen die Behörden zum einen dieses sozial optimale \hat{x}_F und zum anderen das Entscheidungskalkül der Flughafen GmbH (Gewinngleichung) kennen (siehe die Berechnung von t).

- (d) Hier handelt es sich um die sog. Lizenz-Lösung. Die Flughafen GmbH kann auf Flugbewegungen verzichten und Fluglizenzen zum Preis von p an die Eigentümer des Wohngebietes verkaufen. Aufgrund der Einnahmen aus dem Verkauf der Fluglizenzen ändert sich die Gewinngleichung der Flughafen GmbH in: $\tilde{\pi}' = \tilde{\pi} + p \cdot (\tilde{x}_F - x_F)$. Der Ausdruck $(\tilde{x}_F - x_F)$ gibt dabei die Zahl der verkauften Lizenzen (im Vergleich zur Lösung aus (b)) an. Da die Wohnungseigentümer die Lizenzen kaufen müssen, ändert sich deren Gewinngleichung in: $\tilde{\pi}'_W = 10.000.000 - 0,5x_F^2 - p \cdot (\tilde{x}_F - x_F)$.

Aus den FOC der Flughafen GmbH folgt: $x_F(p) = 6000 - p$. Das Angebot an Lizenzen seitens des Flughafens lautet somit:

$$L_F^s(p) = \tilde{x}_F - x_F(p) = 6000 - [6000 - p] = p.$$

Aus der FOC für das Wohngebiet folgt: $x_F(p) = p$. Die Nachfrage nach Lizenzen seitens des Wohngebietes lautet daher: $L_F^d(p) = \tilde{x}_F - x_F(p) = 6000 - p$.

Durch Gleichsetzen von $L_F^s(p)$ mit $L_F^d(p)$ erhält man den markträumenden Preis pro Fluglizenz: $p = 3000$. (Diesen Preis erhält man auch, wenn man direkt die aus den FOC der Flughafen GmbH und des Wohngebietes folgenden Funktionen für $x_F(p)$, die ja die jeweils in Abhängigkeit von p optimale Zahl an Flugbewegungen aus Sicht der Flughafen GmbH bzw. der Wohnungseigentümer angibt, gleichsetzt.) Die optimale gleichgewichtige Zahl der Flugbewegungen ergibt sich dann durch Einsetzen von $p = 3000$ in $x_F(p)$, die Zahl der gehandelten (ver-/gekauften)

Lizenzen durch Einsetzen von $p = 3000$ in $L_F^s(p)$ oder $L_F^d(p)$. Man erhält: $x_F = 3000$, $L_F^s = L_F^d = 3000$. Dies heißt: Zum Gleichgewichtspreis $p = 3000$ finden 3000 Flugbewegungen statt; 3000 Lizenzen werden gehandelt.

Der Gewinn der Wohnungseigentümer beläuft sich dann auf:

$$\tilde{\pi}'_W = 10.000.000 - 0,5 \cdot (3000)^2 - 3000 \cdot (6000 - 3000) = -3.500.000. \text{ Vor}$$

Einführung der Lizenzlösung betrug der Gewinn der Wohnungseigentümer -8.000.000 DM; ihre Lage verbessert sich somit um 4.500.000 DM.