

## Aufgabenblatt 4

### Aufgabe 1

b) Erwartungswert der Auszahlung:

$$E(\cdot) = \sum_{i=1}^{\infty} (1-p)^{i-1} \cdot p \cdot 2^i$$

c) Es gilt:

$$\begin{aligned} E(u) &= \sum_{i=1}^{\infty} p(1-p)^{i-1} u(2^i) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} p(1-p)^{i-1} \ln(2^i) \end{aligned}$$

d) Berechnung der Summe:

$$\begin{aligned}
 E(u) &= \sum_{i=1}^{\infty} p(1-p)^{i-1} \ln(2^i) \\
 &= p \cdot \ln(2) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1-p)^i \cdot i
 \end{aligned}$$

Es gilt (Geometrische Summenformel):

$$\sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i = \frac{1}{p}$$

Ableiten nach  $p$  liefert:

$$-\sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^{i-1} = -\frac{1}{p^2}$$

Einsetzen in die vorletzte Gleichung liefert:

$$\begin{aligned} E(u) &= p \ln(2) \cdot \frac{1}{p^2} \\ &= \frac{\ln 2}{p} \end{aligned}$$

e)

$$E(u) = \frac{\ln 2}{p} = \ln w_0$$

$$w_0 = \exp(2/p)$$

## Aufgabenblatt 4

### Aufgabe 2

$$u(x) = \sqrt{x}$$

$$w_0 = 25$$

$$y_1 = 25 - 9 = 16 \quad p_1 = 0,1$$

$$y_2 = 25 \quad p_2 = 0,9$$

a)

$$E(u) = 0,1\sqrt{16} + 0,9\sqrt{25}$$

$$= 0,4 + 4,5 = 4,9$$

b) Zahlungsbereitschaft über Indifferenz:

$$\sqrt{25 - p} = 4,9$$

$$25 - p = 4,9^2$$

$$p = 25 - 4,9^2$$

$$p = 25 - 24,01$$

$$p = 0,99$$

(Risikoprämie)

## Aufgabenblatt 4

### Aufgabe 3

$$w_0 = 4.$$

Mit Los gilt:

$$y_1 = 4 + 12 = 16 \quad p_1 = 0,5$$

$$y_2 = 4 \quad p_2 = 0,5$$

$$E(u) = 0,5\sqrt{16} + 0,5\sqrt{4} = 3$$

Ohne Los gilt:

$$w_0 = y_1 = y_2 = 4$$

$$u(w_0) = 2$$

Indifferenz:

$$u(w_0 + p) = E(u)$$

$$\sqrt{w_0 + p} = E(u)$$

$$\sqrt{w_0 + p} = 3$$

$$\sqrt{4 + p} = 3$$

$$p = 5$$

## Aufgabenblatt 4

### Aufgabe 4

$$u(y) = \ln(y)$$

$$y_0 = w$$

$$E(u) = \pi \ln(w + x) + (1 - \pi) \ln(w - x)$$

F.O.C.



$$\begin{aligned}
\frac{\partial E(u)}{\partial x} &= \frac{\pi}{w+x} - \frac{1-\pi}{w-x} \\
&= \frac{\pi(w-x) - (1-\pi)(w+x)}{(w+x)(w-x)} \\
&= \frac{\pi w - \pi x - w + \pi w - x + \pi x}{w^2 - x^2} \\
&= \frac{2\pi w - w - x}{w^2 - x^2} \\
&= 0
\end{aligned}$$

Lösung:  $(2\pi - 1)w = x$

$\pi = 0,5$     $x = 0$    Warum?

$\pi = 1$     $x = w$    Warum?

$\pi < 0,5$     $x < 0$    Warum?

Komparative Statik:

$$\frac{\partial x}{\partial \pi} = 2w > 0$$

(Warum?)

## Aufgabenblatt 4

### Aufgabe 5

Beispielrechnung für eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Sei  $u(y)$  die Nutzenfunktion. Dann ist der Erwartungsnutzen:

$$E(u) = \sum_i p_i \cdot u(y_i)$$

Sei nun  $v(\cdot) := a + b \cdot u(y)$ , mit  $b > 0$  die positive lineare Transformation.

$$\begin{aligned}
E(v) &= \sum_i p_i \cdot (a + bu(y_i)) \\
&= \sum_i p_i a + p_i bu(y_i) \\
&= a \sum_i p_i + b \sum_i p_i u(y_i) \\
&= a + bE(u)
\end{aligned}$$

Für eine stetige Verteilung gilt das Argument analog, da das Integral ebenfalls ein linearer Operator ist.