

Spieltheorie und Oligopole

2 Individuen müssen sich, jeder für sich, entscheiden, ob sie miteinander kooperieren wollen (Aktion C) oder nicht (Aktion N). Wenn beide kooperieren, bekommen beide als payoff jeweils 5; wenn beide nicht kooperieren, erhalten beide jeweils 1. Wenn einer kooperiert und der andere nicht, so erhält der C-Spieler 0 und der N-Spieler 6. (Gefangenenden-Dilemma)

	C	N
C	(5,5)	(0,6)
N	(6,0)	(1,1)

Definition:

Ein Nash-Gleichgewicht (s_1, s_2) ist ein Paar von Strategien, die wechselseitig beste Antworten aufeinander sind:

- Gegeben die Strategie s_1 von Spieler 1 ist es für Spieler 2 optimal, s_2 zu spielen
- Gegeben die Strategie s_2 von Spieler 2 ist es für Spieler 1 optimal, s_1 zu spielen

Im obigen Beispiel ist (N,N) ein Nash-GG
(gibt es andere Nash-GG? Was sind die Pareto-Optima in diesem Spiel?)

Beim Cournot-Duopol-Modell wählen die beiden Firmen die Mengen und ein Preis von $(1 - x_1 - x_2)$ stellt sich ein

Optimierung von Firma 1:

$$\max_{x_1} (p - c)x_1 = (1 - x_1 - x_2 - c)x_1$$

$$1 - 2x_1 - x_2 - c = 0$$

analog Firma 2:

$$\max_{x_2} (p - c)x_2 = (1 - x_1 - x_2 - c)x_2$$

$$1 - x_1 - 2x_2 - c = 0$$

Die optimale Menge von Firma 1 hängt von der Menge von Firma 2 ab, und umgekehrt.

Für $x_1 = x_2 = \frac{1-c}{3}$ sind die Antworten wechselseitig optimal.

Extensive Form:

Spiel mit zeitlicher Struktur: Erst zieht 1 (entweder L oder R), dann zieht 2 (l oder r)

Normalform dieses Spiels:

	l	r
L	0,4	0,4
R	-1,-1	2,2

Sowohl Ll wie Rr sind Nash-GG.

Problem mit dem Gleichgewicht LI:

Es beruht auf der „unglaublichen Drohung“, daß Spieler 2 I spielt, falls Spieler 1 R zieht.

Nehmen wir aber an, daß Spieler 1 R gezogen hat und Spieler 2 sich nun überlegt, was er tun soll; in dieser Situation ist es offensichtlich für Spieler 2 besser, r zu spielen statt I.

Ein Nash-Gleichgewicht ist teilspielperfekt, wenn sich alle Spieler in allen Teilspielen optimal verhalten, selbst in den Teilspielen, die im Gleichgewicht nie erreicht werden.

Lösungsprinzip: Rückwärtsinduktion

Man startet „hinten “ und überlegt sich, was der optimale Zug für den letzten Spieler ist (in jedem Teilspiel, das gleich endet).

Dann geht man eine Stufe nach oben und fragt sich, welches Teilspiel der vorletzte Spieler gerne erreichen möchte usw.

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1

a) $A \rightarrow b \rightarrow A \rightarrow$ Nash GGW: (A,b)
 $B \rightarrow b \rightarrow A \rightarrow$

b) $A \rightarrow b \rightarrow A \rightarrow$ Nash GGW: (A,b)
 $B \rightarrow a \rightarrow B \rightarrow$ Nash GGW: (B,a)

c) $A \rightarrow b \rightarrow B \rightarrow a \rightarrow A$
Keine Nash GGW.

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 2

- a) Für Spieler 1 wird B von T strikt dominiert
 \Rightarrow B streichen

	L	C	R
T	2,0	1,1	4,4
M	3,3	1,2	2,2

Für Spieler 2 wird C von R schwach dominiert
 \Rightarrow C streichen

	L	R
T	2,0	4,4
M	3,3	2,2

Jetzt können keine weiteren Strategien gestrichen werden.

b) Nash-Gleichgewichte:

R beste Antwort auf T; T beste Antwort auf R

$\Rightarrow (T,R)$ ist Nash-Gleichgewicht

L beste Antwort auf M; M beste Antwort auf L

$\Rightarrow (L,M)$ ist Nash-Gleichgewicht

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 3

Für Spieler 1 wird B von T strikt dominiert.

⇒ B streichen

	L	C	R
T	2,0	1,1	4,2
M	3,4	1,2	2,3

Für Spieler 2 wird C von R strikt dominiert. ⇒
C streichen

	L	R
T	2,0	4,2
M	3,4	2,3

Weitere Eliminierung dominierter Strategien nicht möglich.

T → R → T → Nash GGW: (T,R)

M → L → M → Nash GGW: (M,L)

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 4

a) siehe Grafik

b) Nash-Gleichgewichte:

1. Monopolist führt Preiskampf immer durch.
Konkurrent tritt nicht ein.
2. Monopolist führt keinen Preiskampf durch,
falls der Konkurrent eintritt.
Konkurrent tritt ein.

c)

Das erste Nash-Gleichgewicht in b) ist problematisch, weil nicht Teilspielperfekt.

Die Drohung, einen Preiskampf zu führen, ist *nicht glaubwürdig*, weil, *gegeben daß K eingetreten ist*, das Teilen des Marktes für M vorteilhafter ist.

"Preiskampf" ist nicht die beste Antwort auf "Eintritt". Im zweiten Teilspiel liegt deshalb kein Nash-GGW vor. \implies keine TSP.

Das zweite Nash-GGW ist TSP. Rückwärtsinduktion zeigt:

"Teilen" ist die beste Antwort auf "Eintritt". Gegeben, daß M "teilt", wird K auf der ersten Stufe in den Markt eintreten.

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 5

Auch in dieser Situation ist ein Preiskampf nicht sinnvoll.

Rückwärtsinduktion zeigt:

In Stadt 3 wird **NIE** gekämpft, weil dadurch keine Abschreckung entsteht. K_3 tritt ein.

\implies in Stadt 2 wird nicht gekämpft, weil K_3 immer eintritt. $\implies K_2$ tritt ein.

\implies In Stadt 1 wird nicht gekämpft. $\implies K_1$ tritt ein.

Aufgabenblatt 2
Aufgabe 6
Stackelberg-Oligopolmodell

PAF: $p = 1 - x_1 - x_2$

Firma 1, der „Stackelberg-Führer“, wählt als erster die Menge x_1 . Firma 2 beobachtet x_1 und wählt dann x_2 .

Rückwärtsinduktion:

1. Entscheidung von Firma 2:

$$\max_{x_2} (1 - x_1 - x_2 - c)x_2$$

$$1 - x_1 - c - 2x_2 = 0$$

$$x_2 = \frac{1 - x_1 - c}{2}$$

optimale Wahl von Firma 2 als Funktion von x_1

2. Entscheidung von Firma 1: Firma 1 berücksichtigt auch, daß ihre Wahl von x_1 die optimale Entscheidung von Firma 2 beeinflusst:

$$\max_{x_1} (1 - x_1 - \frac{1 - x_1 - c}{2} - c)x_1 = \frac{1 - x_1 - c}{2}x_1$$

$$\frac{1}{2}(1 - 2x_1 - c) = 0$$

$$x_1 = \frac{1 - c}{2}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{1 - \frac{1-c}{2} - c}{2} = \frac{1 - c}{4}$$

Wir erhalten somit ein Teispielperfektes Nash-GGW. Dieses ist nicht gleich dem Nash-GGW aus dem Cournot-Spiel, da eine andere Spielstruktur (hier sequentiell, Cournot simulatn) vorliegt.