

# Aufgabenblatt 1

## Aufgabe 1

a) 1. Zeige: Umsatz konkav in  $p$

$$\begin{aligned}U = U(p) &= D(p) \cdot p \\&= (a - bp) \cdot p \quad a, b > 0 \\&= ap - bp^2\end{aligned}$$

$$U' = a - 2bp$$

$$U'' = -2b < 0 \quad \text{konkav in } p$$

## 2. Autor: Maximiert Einkommen

$$\begin{aligned}\max_p \quad r \cdot p \cdot D(p) &= r \cdot U(p) \\ \Rightarrow \quad r \cdot U'(p_A) &= 0\end{aligned}$$

## 3. Verlag: Maximiert Gewinn

$$\begin{aligned}\max_p (1 - r) \cdot p \cdot D(p) - c \cdot D(p) &= \\ (1 - r)U(p) - c \cdot D(p) &= \\ \Rightarrow \quad \underbrace{(1 - r)U'(p_V)}_{<0} - \underbrace{cD'(p_V)}_{<0} &= 0\end{aligned}$$

## 4. Vergleich der beiden Bedingungen:

$$\begin{aligned}U'(p_A) &= 0 \\ U'(p_V) &= \frac{cD'(p)}{(1 - r)} < 0\end{aligned}$$

Weil  $U'' < 0$  (d.h.  $U'$  ist fallend) folgt:

$$p_V > p_A$$

b) Verlag: Maximiert Gewinn

$$\max_p (1 - r)U(p) - cD(p)$$

$$\Rightarrow (1 - r)U'(p_V) - cD'(p_V) = 0$$

$$\Rightarrow p_V = p_V(r) \quad [\text{Implizite Funktion}]$$

Gewinnfunktion: (Wertfunktion)

$$\begin{aligned}
 \pi(r) &= (1-r)U(p_V(r)) - cD(p_V(r)) \\
 \pi'(r) &= -U(p_V(r)) + (1-r)U'(p_V(r))\frac{dp_V}{dr} \\
 &\quad - cD'(p_V(r))\frac{dp_V}{dr} \\
 &= -U(p_V(r)) \\
 &\quad + \left[ \underbrace{(1-r)U'(p_V(r)) - cD'(p_V(r))}_{=0 \text{ wg. B.e.O.}} \right] \cdot \frac{dp_V}{dr} \\
 &= -U(p_V(r))
 \end{aligned}$$

Für den Autor: Er erhält

$$A(r) = r \cdot U(p_V(r))$$

$$A'(r) = U(p_V(r)) + \underbrace{r}_{>0} \cdot \underbrace{U'(p_V(r))}_{<0} \underbrace{\frac{dp_V}{dr}}_{?}$$

Zu ? : Aus B.e.O. für den Verlag:

$$A(p_V) = (1 - r)U'(p_V) - cD'(p) = 0$$

Implizit differenzieren:

$$dF(p, r) = \frac{\partial F}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial F}{\partial p} = 0$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\partial F / \partial r}{\partial F / \partial p} = -\frac{-U'(p_V))}{(1-r)\underbrace{U''(p)}_{<0} - c\underbrace{D''(p)}_0} > 0$$

$$\Rightarrow A'(r) = U(p_V(r)) + \underbrace{r}_{>0} \underbrace{U'(p_V(r))}_{<0} \underbrace{\frac{dp}{dr}}_{>0} < U(p_V(r))$$

$\Rightarrow$  Der Verlag verliert durch eine Erhöhung von

$r$  mehr als der Autor gewinnt.

– Beachte:

Beim Autor fällt der indirekte Effekt nicht weg!

Das liegt daran, daß er sich nicht in seinem Optimum befindet.

Bei  $p_V > p_A$  gilt  $U'(p_V) < 0$  und deshalb ist die B.e.O. des Autors nicht erfüllt!

## Aufgabenblatt 1

### Aufgabe 2

$$\max \quad \pi = py - wL - rK \quad \text{s.t.} \quad y = f(K, L)$$

Lagrange-Ansatz:

$$\mathcal{L} = py - wL - rK + \lambda(f(K, L) - y)$$

B.e.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = p - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial f}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = f - \lambda \frac{\partial f}{\partial K} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = f(L, K) - y = 0$$

$$\Rightarrow L^*(w, r, p), K^*(w, r, p), y^*(w, r, p)$$

als implizite Funktionen von den exogenen

Parametern  $w, r, p$ !



Einsetzen in die Gewinnfunktion:

$$\pi^*(w, r, p) = p \cdot y(w, r, p) - wL(w, r, p) - rK(w, r, p)$$

(Wertfunktion)

a)

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial r} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = -K \quad (\text{Envelope-Theorem})$$

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial w} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = -L$$

b)

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial p} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = y$$

Wir zeigen das nochmal für b):

$$\pi^*(w, r, p) = py(w, r, p) - wL(w, r, p) - rK(w, r, p)$$

$$\frac{d\pi^*}{dp} = p\frac{dy}{dp} + y - w\frac{dL}{dp} - r\frac{dK}{dp}$$

$$= y + p\frac{dy}{dp} - w\frac{dL}{dp} - r\frac{dK}{dp}$$

aus B.e.O. einsetzen:

$$\begin{aligned}
 &= y + \lambda \frac{dy}{dp} - \lambda \frac{\partial f}{\partial L} \frac{dL}{dp} - \lambda \frac{\partial f}{\partial K} \frac{dK}{dp} \\
 &= y + \lambda \left[ \underbrace{\frac{dy}{dp} - \frac{\partial f}{\partial L} \frac{dL}{dp} - \frac{\partial f}{\partial K} \frac{dK}{dp}}_0 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{aus NB: } y &= f(L, K) \\
 \frac{dy}{dp} &= \frac{\partial f}{\partial K} \frac{dK}{dp} + \frac{\partial f}{\partial L} \frac{dL}{dp}
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\pi^*}{dp} = y$$