Ludwig-Maximilians-Universität München
Seminar für Versicherungswissenschaft
Prof. Ray Rees / Florian Englmaier
Entscheidungen bei Ungewissheit SS 2002

Diplomprüfung für Volkswirte

Klausur im Fach

Economics of Information and Uncertainty

am 10.07.2002

Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Hinter den Aufgaben stehen *ungefähre* Punktangaben. Insgesamt sind **120 Punkte** erreichbar.

Beachten Sie außerdem, dass Sie Ihre Prüfungsleistung im Feld "Fach" einem der Bereiche "VWL" oder "VWL der Versicherungen" verbindlich zuordnen müssen.

Vermerken Sie auf jedem Blatt zumindest Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.

Als Hilfsmittel ist ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

1 Risikoallokation (5 Punkte)

Nehmen Sie an, wir befinden uns in einer Ökonomie, in der es zwei Individuen und zwei potenzielle Zustände der Welt gibt. Die beiden Individuen können ihre zustandsabhängigen Vermögen handeln.

- Wann ist die Verteilung von Endvermögen paretoeffizient? (2)
- Welche Eigenschaft haben die Punkte auf der Kontraktkurve in einer Edgeworthbox?(1)
- Unter welchen Umständen kann die Endallokation des Einkommens eines Individuums auf dessen Sicherheitsgeraden liegen?(2)

2 Versicherungsnachfrage (10 Punkte)

Ein risikoaverses Individuum kann sich bei einer Versicherung gegen einen Schaden L versichern, der mit Wahrscheinlichkeit π eintritt. Die Versicherung verlangt je nachgefragter Einheit Deckung die Prämienrate $p = \lambda\pi$ mit $\lambda > 0$.

- Skizzieren Sie die Situation in einem 2-Zuständediagramm. Wieviel Versicherung wird das Individuum nachfragen? (Argumentieren Sie im Diagramm!)(4)
- Was passiert, wenn die Versicherung den Faktor λ erhöht? Argumentieren Sie anhand einer Grafik! (6)

3 Allais Paradox; Machina's Triangle (15 Punkte)

- Erläutern Sie knapp das Allais Paradox. Warum ist es ein Paradox? (6)
- Stellen Sie folgende Lotterien in Machina's Triangle dar.
 $L_1 = (1/4, 2/4, 1/4; x_1, x_2, x_3)$
 $L_2 = (1/10, 9/10; x_1, x_3)$
 $L_3 = (3/4, 1/4; x_1, x_3)$
 $L_4 = (3/5, 2/5; x_1, x_2)$
mit $x_1 = 0, x_2 = 10, x_3 = 50$ (6)
- Zeichnen Sie exemplarisch einige Indifferenzkurven eines Erwartungsnutzenmaximierers in das Dreieck ein. Worauf müssen Sie dabei achten? Welches Axiom ist kritisch für die Struktur des Indifferenzkurvensystems?(3)

4 Risikovergleiche (15 Punkte)

- Welche beiden Dominanzkriterien kennen Sie? Erläutern Sie beide kurz! Was sind Vor- bzw. Nachteile der beiden Kriterien (Annahmen, Anwendbarkeit)?(8)
- Sei L_1 eine Lotterie, die mit Wahrscheinlichkeit $2/3$ \$10 und mit Wahrscheinlichkeit $1/3$ \$20 auszahlt. Sei L_2 eine Lotterie, die mit Wahrscheinlichkeit $1/3$ \$5, mit Wahrscheinlichkeit $5/9$ \$15 und

mit Wahrscheinlichkeit $1/9$ \$30 auszahlt. Zeigen Sie, dass ein risikoaverser Erwartungsnutzenmaximierer Lotterie L_1 gegenüber Lotterie L_2 vorzieht. (Grafische Argumentation!)(7)

5 Zustandsabhängiges Einkommen; Zustandsabhängige Präferenzen (15 Punkte)

Ein Individuum mit Nutzenfunktion $u(x)$ mit $u' > 0, u'' < 0$ sehe sich zwei möglichen Zuständen der Welt, a und b , gegenüber. Zustand a tritt mit Wahrscheinlichkeit π und Zustand b mit der Gegenwahrscheinlichkeit $(1 - \pi)$ ein. Die Anfangsausstattung des Individuums in den beiden Zuständen der Welt beträgt w_a bzw. w_b mit $w_a < w_b$.

Es besteht nun die Möglichkeit, C Einheiten Einkommen im Zustand a zu kaufen. Für eine Einheit zusätzliches Einkommen im Zustand a muss das Individuum P Einheiten im Zustand b aufgeben.

- Leiten Sie den "Preis" P^* her, bei dem das Individuum genau so viel Einkommen im Zustand a kaufen wird, dass das Einkommen in beiden Zuständen der Welt ausgeglichen ist!(6)
- Ist es auch möglich, dass das Individuum für bestimmte Preise P Einkommen im Zustand a zum Verkauf anbietet?(3)

Nehmen Sie nun an, dass das Individuum eine zustandsabhängige Nutzenfunktion hat. Das bedeutet, dass die Präferenzen im Zustand a durch die Nutzenfunktion u_a und im Zustand b durch die Nutzenfunktion u_b beschrieben werden. Nehmen Sie an, dass gilt:

$$u'_a > u'_b \quad \forall x.$$

- Wird sich das Individuum nun auf seine Sicherheitsgerade tauschen, auch wenn gilt $P = \frac{\pi}{1-\pi}$?(6)

6 Quadratische Nutzenfunktion (20 Punkte)

Die Präferenzen eines Individuums seien durch die Nutzenfunktion $u(x) = a + bx - cx^2$ mit $b, c > 0$ beschrieben.

- Inwiefern beschreibt diese Funktion die Präferenzen eines risikoaversen Individuums?(5)
- Wie variiert das Maß der absoluten Risikoaversion mit dem Vermögen? Ist dies eine schöne Eigenschaft der Nutzenfunktion? Warum wird die Funktion dennoch oft verwendet?(5)
- Das Individuum verfüge nun über ein Ausgangsvermögen von $w = 6$. Wieviel wäre es maximal bereit, für folgende Lotterie zu bezahlen: $L = (0.5, 0.5; +2, -1)$. Nehmen Sie an, dass die Parameter der Nutzenfunktion folgende Werte haben: $a = 0, b = 20, c = 1$ (10)

7 CARA (15 Punkte)

Ein Konsument muss zwischen folgenden Lotterien auswählen:

$L_1 = (1; 200)$ d.h. 200 sicher

$L_2 = (0.5, 0.1, 0.1, 0.3; 0, 450, 1000, 2000)$

$L_3 = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25; 0, 100, 200, 520)$

Weiterhin wissen Sie, dass die Präferenzen des Konsumenten durch eine von Neumann Morgenstern Nutzenfunktion mit konstanter absoluter Risikoaversion beschrieben werden können, d.h. $u(x) = -e^{-\gamma x}$. Auch wissen Sie, dass für die kleine Lotterie $(0.5, 0.5; 1000, 0)$ das Sicherheitsäquivalent 470 beträgt.

- a) Berechnen Sie den Pratt Arrow Koeffizienten der absoluten Risikoaversion des Konsumenten!(9)
- b) Welche der Lotterien ist die beste für den Konsumenten?(6)

8 Marktgleichgewicht (25 Punkte)

Eine Marktwirtschaft bestehe aus 2 Individuen. Individuum 1 habe die Nutzenfunktion: $u_1(w) = \sqrt{w}$, Individuum 2 die Nutzenfunktion: $u_2(w) = \ln w$. Es gibt zwei Zustände der Welt (a und b), die zu folgenden Ausgangsvermögen der beiden Individuen führen:

$$W_{01}(a) = 2, \quad W_{02}(a) = 1$$

$$W_{01}(b) = 3, \quad W_{02}(b) = 2$$

Zustand a tritt mit Wahrscheinlichkeit $2/3$ und Zustand b mit Wahrscheinlichkeit $1/3$ ein.

- a) Existiert auf diesem Markt ein nicht diversifizierbares Risiko?(1)
- b) Was ist ein Arrow Debreu Wertpapier?(1)
- c) Welches Individuum wird eher bereit sein, Risiko zu übernehmen? Begründen Sie Ihre Antwort!(5)
- d) Nehmen Sie an, ein vollständiger Arrow-Wertpapier Markt existiert. Bestimmen Sie die kompetitiven Gleichgewichtspreise p_a und p_b und die Allokation des Risikos! Sie dürfen hierbei p_b auf 1 normieren.(8)

Formeln

Varianz: $\sigma^2 = E[(x - \mu)^2]$

Lösung quadratischer Gleichungen: $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$