Ludwig-Maximilians-Universität München
Seminar für Versicherungswissenschaft
Prof. R. Rees

Diplomprüfung für Volkswirte

Klausur zur Vorlesung und Übung

„The Economics of Information and Uncertainty“

11.07.2003

Die Klausur besteht aus vier Aufgaben, die **alle** bearbeitet werden müssen. Zur Bearbeitung der Aufgaben stehen Ihnen 120 Minuten zur Verfügung. Es sind insgesamt maximal 60 Punkte zu erreichen. Die Punkteangaben sind *ungefähre* Angaben und nicht verbindlich.
Notieren Sie auf jedem Blatt zumindestens ihren **Namen** und ihre **Matrikelnummer**.
Als Hilfsmittel ist ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.
Viel Erfolg!

1. Aufgabe (10 Punkte)

   Gegeben sei eine Ökonomie mit zwei Zuständen der Welt und zwei Individuen, die jeweils eine logarithmische Nutzenfunktion haben. Bevor sich der Zustand der Welt realisiert, können die Individuen zustandsabhängiges Einkommen tauschen. Nehmen Sie an, dass in Zustand 1 mehr Einkommen zur Verfügung steht als in Zustand 2.

   (a) Welche Bedingung muss für eine Pareto-optimale Riskoallokation erfüllt sein? Interpretieren Sie diese Bedingung kurz (1 Satz). (2 Punkte)

   (b) Angenommen, beide Individuen haben in beiden Zuständen ein positives Anfangsvermögen. Kann es sein, dass im Optimum ein Individuum vollversichert ist? Argumentieren Sie mit Hilfe des Gegenseitigkeitsprinzips. (3 Punkte)

   (c) Skizzieren Sie die Vertragsgerade in eine Edgeworth-Box. Interpretieren Sie die Lage der Vertragsgerade. (5 Punkte)

2. Aufgabe (12 Punkte)

Betrachten Sie einen Investor, der zwischen zwei Aktien wählen kann. Es gibt vier Zustände der Welt $s_1, \ldots, s_4$, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Die Auszahlungen der Aktien sind gegeben durch

	Aktie 1	Aktie 2
s_1	1	3
s_2	1	5
s_3	7	5
s_4	11	7

(a) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktionen der Auszahlungen beider Aktien. (4 Punkte)

(b) Zeigen Sie graphisch oder formal, dass jedes risikoaverse Individuum Aktie 2 gegenüber Aktie 1 präferiert. (4 Punkte)

(c) Nehmen Sie nun an, dass eine call option auf Aktie 1 zum strike price 2 existiert. Nehmen Sie zu folgender Aussage Stellung:

> Unabhängig von seinen Risikopräferenzen bevorzugt jedes Individuum die call option gegenüber Aktie 2.

Benutzen Sie entweder ein graphisches oder ein formales Argument. (4 Punkte)

3. Aufgabe (18 Punkte)

   Gegeben sei ein Individuum, das sowohl heute als auch morgen konsumieren möchte. Heutiger Konsum sei mit x_0 bezeichnet, morgen können zwei Zustände der Welt eintreten, der jeweilige Konsum sei x_1, bzw. x_2. Zustand 1 tritt mit Wahrscheinlichkeit $0,7$, Zustand 2 mit Wahrscheinlichkeit $0,3$ auf. Das Individuum habe eine Anfangsausstattung in Höhe von $y_0 = 26$ und kann durch Aktienkäufe Geld in die morgigen Zustände transferieren. Die Auszahlungsmatrix der Aktien sei gegeben durch

$$R = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

   Der Preis der ersten Aktie sei $p_1 = 1,5$, die zweite Aktie kostet $p_2 = 1$.
   Der Erwartungsnutzen des Individuums sei gegeben durch

$$E[u(x)] = \sqrt{x}_0 + 0,7\sqrt{x}_1 + 0,3\sqrt{x}_2$$

   (a) Berechnen Sie die Preise für zustandsabhängiges Einkommen. (3 Punkte)

   (b) Ermitteln Sie die optimale Konsumallokation des Individuums. Welches Portfolio wird sich das Individuum heute kaufen? (6 Punkte)

   (c) Dem Individuum stehe jetzt zusätzlich eine Realinvestition zur Verfügung, die im ersten Zustand $9\sqrt{I}$, im zweiten Zustand $17\sqrt{I}$ auszahle. Die Kosten der Investition betragen $c(I) = 2I$.
   Berechnen Sie das optimale Investitionsniveau. Zu welchem Preis könnte das Individuum die Realinvestition heute verkaufen? Erläutern Sie verbal, ob es dem Individuum besser geht als in Aufgabe (b). (5 Punkte)

   (d) Angenommen, der Kapitalmarkt sei nicht vollständig. Welche Probleme kann dies allgemein für eine partnerschaftlich organisierte Firma und eine Firma, bei der Eigentum und Management getrennt sind, verursachen? Gehen Sie auch kurz auf mögliche Lösungen ein. (4 Punkte)

4. Aufgabe (20 Punkte)

Betrachten Sie ein Individuum, das sich zwei Zuständen der Welt gegenübersieht (z_1 und z_2) und zwei mögliche Aktionen zur Auswahl hat (a_1 und a_2). Die Auszahlungen sind gegeben durch folgende Matrix:

	z_1	z_2
a_1	50	20
a_2	20	40

Das Individuum kann sich bei seiner Entscheidung auf ein Signalsystem stützen. Es gibt zwei mögliche Realisierungen des Signals, s_1 und s_2. Die Matrix der **gemeinsamen** Wahrscheinlichkeiten ($\text{Prob}(s_i \wedge z_j)$) ist gegeben durch

	s_1	s_2
z_1	0,4	0,1
z_2	0,2	0,3

(a) Wie hoch ist der erwartete Gewinn des Individuums, wenn es kein Signal einholt? (2 Punkte)

(b) Berechnen Sie die Matrix der a-posteriori Wahrscheinlichkeiten! Welchen Betrag ist das Individuum maximal bereit, für das Signal zu zahlen? (5 Punkte)

(c) Nehmen Sie nun an, dass das Individuum die Qualität des Signals selbst bestimmen kann. Die Matrix der **a-posteriori** Wahrscheinlichkeiten ($\text{Prob}(z_j|s_i)$) ist nun gegeben durch

	s_1	s_2
z_1	$\frac{2}{3}$	$1-b$
z_2	$\frac{1}{3}$	b

b muss schwach größer sein als $\frac{1}{2}$ (d.h. $b \geq \frac{1}{2}$) und ist der Parameter, den das Individuum wählen kann. Gehen Sie davon aus, dass die gleichen **a-priori** Wahrscheinlichkeiten wie in Aufgabe (a) und (b) gelten. Welchen Wert b muss das Individuum mindestens wählen, damit dieses Signalsystem **potenziell** einen positiven Wert hat? (4 Punkte)

(d) Nehmen Sie nun an, das Signalsystem verursacht Kosten in Höhe von entweder

i. $C_1(b) = 16(b - \frac{1}{2})^2$ oder

ii. $C_2(b) = 50(b - \frac{1}{2})^2$

Welchen Wert von b wird das Individuum in beiden Fällen wählen? Berechnen Sie die erwarteten Gewinne des Individuums in beiden Fällen! (9 Punkte)