Ludwig-Maximilians-Universität München
Seminar für Versicherungswissenschaft
Prof. Ray Rees
Versicherungsmärkte WS 2004 / 2005

Klausur

7. Februar 2005

Sie haben für die Bearbeitung der Klausur 120 Minuten Zeit. Insgesamt können 120 Punkte erreicht werden. Bei den Teilaufgaben finden Sie jeweils die *ungefähre* Punktzahl, die erreicht werden kann. Es gibt 5 Aufgaben, von denen Sie genau 4 bearbeiten sollen. Wenn Sie mehr als vier Aufgaben bearbeiten, werden die vier Aufgaben mit den schlechtesten Bewertungen bei der Berechnung Ihrer Note berücksichtigt. Es gibt zwei identische Angaben: eine auf Deutsch sowie eine auf Englisch. Sie können auf Deutsch oder auf Englisch antworten. Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe einen eigenen Bearbeitungsbogen und geben Sie auf jedem Bogen Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer an, da ansonsten keine Bewertung erfolgen kann. Schreiben Sie auf die Anmeldung, ob Ihre Klausur zu **VWL, Pflichtwahlfach, oder BWL** zählen soll.

Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, Geodreieck. Prüfen Sie, ob Ihre Angabe 5 Aufgaben enthält. Viel Erfolg.

Exam

February 7th 2005

You have 120 minutes to work on this exam. Overall, 120 points may be achieved. With every question you find the approximate amount of points, that can be achieved. You have to solve four out of the five questions. If you work on more than four questions, only the questions with the least points will be taken into account. There are two exam sheets: a German and an English one. You may answer in English or in German. Please use a new sheet for each question and write down your name and your immatriculation number on every sheet. Otherwise, your answers will not be considered. Write on your registration sheet, whether your exam should count as **VWL, Pflichtwahlfach, oder BWL**. (You may use a non-programmable calculator and a set square.) Check, whether you have 5 questions on your exam sheet. Good luck.

Deutsche Version:

1. Moral Hazard / Solvency II
Betrachten Sie einen Versicherungsmarkt mit identischen Versicherungsnachfragern (Agenten). Im Nicht-Schadensfall hat jedes Individuum das Einkommen $y_1 = 36$. Im Schadensfall ist sein Einkommen $y_2 = 0$. Die Wahrscheinlichkeit des Schadensfall ist $p_l = 1/2$, wenn der betreffende Versicherungsnehmer sorgfältig ist ($e = 1$). Ist der Versicherungsnehmer fahrlässig ($e = 0$), so ist die Wahrscheinlichkeit des Schadenfalls $p_h = 7/8$. Sorgfältiges Verhalten verursacht einen Nutzenverlust von $c(e)$ mit $c(0) = 0$ und $c(1) = c > 0$. Alle Individuen haben die Nutzenfunktion $u(w) = \sqrt{y} - c(e)$ für Einkommen y.

a) Falls ein Agent keinen Zugang zu einer Versicherung hat, würde er dann sorgfältig sein, wenn $c = 1$ bzw. $c = 2$ bzw. $c = 3$ gelten würde? (8 Punkte)

b) Nun sei die Sorgfalt des Agenten nicht kontrahierbar. Kann eine Versicherung den Agenten durch einen Vertrag, der ihm ein Endvermögen von $y_1^{end} = y_2^{end} = 18$ dazu bringen, sorgfältig zu sein falls $c = 0.5$ bzw. $c = 1.5$? Für welche dieser beiden Kostenwerte gelingt dies mit einem Vertrag, der die Endeinkommen $y_1^{end} = 9$ und $y_2^{end} = 27$ generiert? (12 Punkte)

c) Solvency II

i) Was verstehen Sie unter dem Begriff *Solvency II*? (1 Satz!!!)

ii) Worin würden Sie den Hauptunterschied zwischen *Solvency I* und *Solvency II* sehen (knapp!!!)?

iii) Welche Bedeutung haben in diesem Zusammenhang *interne Risikobewertungsmodelle*? (knapp!!!) (10 Punkte)

2. (Versicherungsnachfrage, Risiko Pooling)

a) Von Annas Nutzenfunktion sei nur bekannt, dass $u'(y) > 0$ und $u''(y) < 0$ gilt. Mit $\pi = 0.5$ verliert sie ihr Einkommen W vollständig (d.h. $L = W$). Anna kann nun festlegen, welche Versicherungsmenge q sie zum Preis p kaufen möchte. Bestimmen Sie den Erwartungsnutzen sowie die Bedingung erster Ordnung, die implizit ihr optimales q^* festlegt. Wie verändert sich q^* bei einer Änderung von W? (10P)

b) Anna hat nun die Nutzenfunktion $u(y) = \sqrt{y}$ und ein Einkommen von 16, das sie mit $\pi = 0.5$ verliert. Berechne ihren Erwartungsnutzen Eu und das erwartete Einkommen Ey ohne Versicherung sowie das Sicherheitsäquivalent SE und die maximale Gesamtprämie P_{max}, die Anna bereit wäre für Vollversicherung zu zahlen. (10P)

c) Die einzige Möglichkeit für Anna, sich zu versichern, ist mit dem risiko-neutralen Bert einen (automatisch bindenden) Versicherungsvertrag abzuschließen. Berts Einkommen ist zustands**un**abhängig. Begründen Sie, ob in diesem Fall privates und/oder soziales Risiko vorliegt. Kann sich Anna gegen beide Arten von Risiko versichern? Begründen Sie Ihre Antwort. Zeigen Sie in einem geeigneten Diagramm, welche effizienten Ergebnisse möglich sind. (10P)

3. (nicht versicherbares Risiko, stochastische Dominanz) Im Falle eines Ölpreis-Schocks ($\pi_{ö} = 0.5$) verliert eine Fluggesellschaft 1. Bei **keinem** Shock erhöht die Regierung die Steuern auf Kerosin mit $\pi_s = 0.5$, was ebenfalls zu einem Verlust von 1 führt. Im Falle der Ölkrise erhöht die Regierung die Steuern mit Sicherheit nicht. Die Firma mit Anfangsvermögen $W = 2$ hat die Nutzenfunktion $u(y) = ln(y)$. Sie kann nun eine faire **Voll**versicherung gegen den Ölpreis-Schock kaufen. Es existiert jedoch keine Versicherung gegen Steuererhöhungen.

a) Berechnen Sie, ob die Fluggesellschaft die Vollversicherung kauft oder nicht. Was ist die Intuition für Ihr Ergebnis? (14P)

b) Erläutern Sie formal und graphisch die Konzepte stochastischer Dominanz. Begründen Sie mit Hilfe eines dritten Diagramms exakt, ob in diesem Fall stochastische Dominanz vorliegt und wenn ja, welche. (16P)

4. (Rothschild Stiglitz) In einem Versicherungsmarkt gibt es zwei Typen (Anteil jeweils 50%) von Agenten, die sich nur in ihrer Schadenswahrscheinlichkeit unterscheiden. Der Markt wird durch folgende Parameter charakterisiert: $\pi_l = \frac{1}{3}$, $\pi_h = \frac{2}{3}$, $u(y) = ln(y)$, $W = 8$ und $L = 6$. Mit p_l und p_h werden die Prämienraten bezeichnet, zu denen die Mengen q_l und q_h gekauft werden können. Gehen Sie in der gesamten Aufgabe davon aus, dass die Firmen Nullgewinne machen und keine Kosten außer die jeweilige Auszahlung haben. evl_l und evl_h sind die jeweiligen Erwartungswertgeraden, C_l und C_h sind die Vertragspaare. y_2 steht für Einkommen im schlechten Zustand; y_1 für Einkommen im guten Zustand.

a) Die Typen können zunächst problemlos unterschieden werden. Bestimmen Sie die fairen Prämienraten p_l und p_h sowie die optimalen Mengen q_l^* und q_h^* und die gepoolte faire Prämienrate p_{hl}. Zeichnen Sie die Erwartungswertgeraden in ein (y_1, y_2)-Diagramm (1cm/Einkommenseinheit).
Zwischenergebnis: $evl_h = 6 - \frac{1}{2}y_1$, $evl_l = 18 - 2y_1$, $evl_{hl} = 10 - y_1$, $p_h = \frac{2}{3}$, $p_l = \frac{1}{3}$ $p_{hl} = \frac{1}{2}$ und $q_l^* = q_h^* = 6$. (8P)

Nun sind die Typen nicht mehr unterscheidbar. Das Vertragspaar $C_h = (p_h = \frac{2}{3}; q_h = 6)$ und $C_l = (p_l = \frac{1}{3}; q_l = 3)$ ist ein Kandidat für ein separierendes Gleichgewicht.

b) Zeigen Sie, dass die Anreizverträglichkeitsbedingung für einen der beiden Typen verletzt ist. (6P)

c) Muss q_l erhöht oder gesenkt werden um doch ein separierendes Gleichgewicht zu finden? (4P)

d) Würden Sie als Ökonom eine Zwangsvollversicherung als Pooling-Vertrag befürworten? Wägen Sie Vor- und Nachteile ab. Wovon hängt die Zustimmung der l-Typen ab? (6P)

e) Warum ist ein Pooling-Gleichgewicht ohne Zwang in einem kompetitiven Markt nicht möglich? (6P)

5. (Erwartungsnutzen-Theorie) Herr Taylor hat ein Anfangsvermögen von y mit $u(y) = -1$, $u'(y) = x > 0$ und $u''(y) = 2$. Ihm wird folgende kleine Wette angeboten: Gewinne eine Geldeinheit mit $\pi = \frac{1}{3}$ oder verliere eine Geldeinheit mit $(1 - \pi) = \frac{2}{3}$.

a) Bestimme möglichst genau Herr Taylors Nutzenniveau $u(x \mid win)$, wenn er gewinnt sowie $u(x \mid lose)$, wenn er verliert? (12P)

b) Für welche Werte von x ist Herr Taylor bereit zu spielen? Warum möchte er nicht spielen, falls x zu groß ist? (10P)

c) Was können Sie über Herr Taylors Risikoeinstellung sagen? Bestimmen Sie seine Koeffizienten der Risikoaversion in Abhängigkeit von x. (8P)

English version:

1. Moral Hazard / Solvency II
Consider an insurance market with identical insurance buyers (agents). In the no–loss state each agent receives income $y_1 = 36$. in the loss state he receives $y_2 = 0$. The loss probability is $p_l = 1/2$ if the agent takes care ($e = 1$). If the agent does not take care ($e = 0$) the loss probability is $p_h = 7/8$. Taking care induces a utility loss of $c(e)$ with $c(0) = 0$ and $c(1) = c > 0$. All agents have the utility function $u(w) = \sqrt{y} - c(e)$ for income y.

a) Suppose an agent does not have access to insurance. Would he take care for $c = 1$, $c = 2$ or $c = 3$? (8 points)

b) Suppose now that the contract can not condition upon whether the agent has taken care or not. Can an insurance company induce him to take care with a contract that generates final incomes $y_1^{end} = y_2^{end} = 18$ for the agent if either $c = 0.5$ or $c = 1.5$? For which of these cost values does a contract which generates final incomes $y_1^{end} = 9$ and $y_2^{end} = 27$ induce taking care? (12 points)

c) (Solvency II)

i) What do you understand by *Solvency II*? (1 sentence!!!)

ii) What would you say is the main change from *Solvency I* to *Solvency II* (short answer!!!)?

iii) What is the importance of *interne Risikobewertungsmodelle* in this context? (short answer!!!) (10 points)

2. (insurance demand, risk pooling)

a) Anna has a utility function with $u'(y) > 0$ and $u''(y) < 0$. With $\pi = 0.5$ she looses her initial endowment W completely (i.e. $L = W$). Anna decides over the insurance quantity q she wants to buy at price p. Derive her expected utility and the first order condition that determines implicitly her optimum q^*. How does q^* change if W changes slightly? (10P)

b) Now, Anna has the utility function $u(y) = \sqrt{y}$ and endowment 16, which she looses completely with $\pi = 0.5$. Calculate her expected utility Eu and the expected income Ey without insurance and the certainty equivalent SE and the maximum total Premium P_{max} Anna is willing to pay for full cover. (10P)

c) The only insurance possibility for Anna is a (automatically binding) contract with the risk neutral agent Bert. Bert's income is state **in**dependent. Explain, why there is private and/or social risk in this setting. Will Anna be able to obtain insurance against both types of risk? Give reasons for your answer. Show in an appropriate diagram, what efficient outcomes are possible. (10P)

3. (uninsurable risk, stochastic dominance) In case of an oil price shock ($\pi_o = 0.5$) an airline loses 1. In case of **no** shock the the government raises the tax on kerosine with probability 0.5, which also causes a loss of 1 to the airline. In case of an oil price shock the government does not raise the tax for sure. The airline has the initial endowment $W = 2$ and the 'utility' function $u(y) = ln(y)$. The airline can buy fair and **full** cover against the oil price shock, but there is no insurance against tax policies.

a) Does the company accept this fair and full insurance against the oil price shock? What is the intuition for your result? (14P)

b) Explain the concepts of stochastic dominance formally and graphically. Give exact reasons by using a third diagram, whether in this setting stochastic dominance is applicable, and if so, which form. (16P)

4. (Rothschild Stiglitz) There are two types (fraction: 50%) in an insurance market. They only differ in their loss probability. The market is characterized by the following parameters: $\pi_l = \frac{1}{3}$, $\pi_h = \frac{2}{3}$, $u(y) = ln(y)$, $W = 8$ and $L = 6$. p_l and p_h denote the premium rates, at which the quantities q_l and q_h can be purchased. Assume for the whole question, that the firms make zero profits and have no costs exept the cover the have to pay. evl_l and evl_h are the expected value lines, respectively; C_l and C_h are the contracts. y_2 denotes income in the bad state; y_1 denotes income in the good state.

a) First, the types can be distinguished without any problem. Determine the fair premium rates p_l, p_h, the optimum quantities q_l^*, q_h^* and the pooled, fair premium rate p_{hl}. Draw the expected value lines in a (y_1, y_2)-Diagramm (1cm/income unit).
Provisional result: $evl_h = 6 - \frac{1}{2}y_1$, $evl_l = 18 - 2y_1$, $evl_{hl} = 10 - y_1$, $p_h = \frac{2}{3}$, $p_l = \frac{1}{3}$ $p_{hl} = \frac{1}{2}$ and $q_l^* = q_h^* = 6$. (8P)
Now, the types cannot be distinguished any more. The contract pair $C_h = (p_h = \frac{2}{3}; q_h = 6)$ and $C_l = (p_l = \frac{1}{3}; q_l = 3)$ is a candidate for a separating equilibrium.

b) Show, that the incentive compatibility constraint for one of the agents does not hold. (6P)

c) Do you have to increase or decrease q_l in order to find a separating equilibrium? (4P)

d) As an economist, would you support an obliged pooling contract with full cover? What are the advantages/disadvantages? What affects the l-types' support? (6P)

e) Why is a pooling equilibrium in a competitive market without obligation not sustainable? (6P)

5. (expected utility theory) Mr Taylor has initial wealth y with $u(y) = -1$, $u'(y) = x > 0$ and $u''(y) = 2$. Mr Taylor is offered the following small gamble: Win \$ 1 with $\pi = \frac{1}{3}$ or lose \$ 1 with $(1 - \pi) = \frac{2}{3}$.

a) What is Mr Taylor's utility level $u(x \mid win)$ approximately in case he wins and $u(x \mid lose)$ in case he loses? (12P)

b) For what values of x is Mr Taylor willing to play? Why does he not want to play if x is too large? (10P)

c) What can you say about Mr Taylor's risk attitude? Derive his coefficients of risk aversion that depend on x. (8P)