

**Diplomvorprüfung für Volkswirte (APO)**  
**Methoden der Volkswirtschaftslehre (VWL III)**  
**Grundstudium**

Sie haben für die Bearbeitung der folgenden 4 Aufgaben **120 Minuten** Zeit. Insgesamt können 120 Punkte erreicht werden. Alle Aufgaben gehen mit gleicher Gewichtung in die Benotung ein. Die angegebenen Punktezahlen zu den Teilaufgaben sind ungefähre Angaben und nicht verbindlich.

**Alle Antworten müssen begründet werden!**

Achten Sie bei der Erstellung von Graphiken auf eine ausreichende Beschriftung!

Bitte geben Sie auf **jedem** Papier Ihre vollständigen Angaben zur Person an, **mindestens** aber Ihren Namen **und** Ihre Matrikelnummer. Blätter, auf denen dies nicht angegeben ist, können nicht bewertet werden.

**Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner**

Viel Erfolg!

1. Aufgabe (30 Punkte)

Ein Monopolist kann 2 Märkte bedienen, die beide durch die gleiche inverse Nachfragefunktion beschrieben werden können:  $p_1(x_1) = 8 - x_1$ ,  $p_2(x_2) = 8 - x_2$ .

Bei der Produktion fallen Kosten in Höhe von  $C(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)^2$  an. Ausserdem muss der Monopolist zwei Kapazitätsbeschränkungen beachten:  $x_1 + x_2 \leq 2$  und  $x_1 \leq 1,5$ .

- (a) Leiten Sie den optimalen Produktionsplan des Monopolisten her! (14 Punkte)
- (b) In welchem Verhältnis stehen Grenzerlös und Grenzkosten? Wie hoch sind die Schattenpreise einer Kapazitätsausweitung? Interpretieren Sie Ihre Antworten! (8 Punkte)
- (c) Nun hat der Monopolist die Möglichkeit, eine neue Technologie zu kaufen, so dass er keine Kapazitätsbeschränkungen mehr beachten muss. Berechnen Sie, wieviel der Monopolist maximal für diese neue Technologie zu zahlen bereit ist. (8 Punkte)

2. Aufgabe (30 Punkte)

Ein Konsument hat folgende Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5}.$$

Er möchte seinen Nutzen maximieren, muss dabei aber 2 Nebenbedingungen beachten. Sein Einkommen beträgt 100, von Gut 1 ( $x_1$ ) stehen maximal 30 Einheiten zur Verfügung. Der Preis  $p_1$  von Gut 1 beträgt 1,  $p_2 = 2$ . Berücksichtigen Sie ausserdem, dass sowohl von  $x_1$  als auch von  $x_2$  eine nicht-negative Menge konsumiert werden muss.

- (a) Stellen Sie die Zielfunktion des Konsumenten auf und leiten Sie die vollständigen Kuhn-Tucker Bedingungen her. (8 Punkte)
- (b) Nehmen Sie an, im Optimum ergibt sich für  $x_1$  eine Randlösung (, d.h.  $x_1 = 0$ ), für  $x_2$  eine innere Lösung. Wie sehen die Kuhn-Tucker Bedingungen in diesem Fall für  $x_1$  und  $x_2$  aus? Argumentieren Sie, weshalb  $x_1$  im Optimum immer grösser als Null sein wird. (6 Punkte)
- (c) Nehmen Sie nun an, beide Nebenbedingungen binden im Optimum. Berechnen Sie nun die optimalen Werte für  $x_1$  und  $x_2$ ! Geben Sie ausserdem an, welche Vorzeichen Sie bei den Lagrange-Multiplikatoren erwarten (explizite Berechnung nicht notwendig). Begründen Sie Ihre Antwort! (6 Punkte)
- (d) Zeichnen Sie die Budgetmenge in eine geeignete Graphik und zeichnen Sie die in Teilaufgabe (c) errechnete optimale Lösung ein. Was gilt in Bezug auf die Steigung der Budgetgeraden und der Indifferenzkurve? Warum? (4 Punkte)
- (e) Der Konsument behauptet, dass er maximal  $\frac{\partial u}{\partial x_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x_2}$  zahlen würde, wenn die Nebenbedingung  $x_1 \leq 30$  um eine marginale Einheit gelockert würde. Zeigen Sie formal, dass er recht hat. (6 Punkte)

3. Aufgabe (30 Punkte)

Betrachten Sie ein makroökonomisches Modell, das durch folgende Gleichungen beschrieben wird.

$$\text{IS: } Y = C(Y, r) + I(r) + G,$$

$$\text{LM: } L(y, r) = M.$$

Dabei bezeichnet  $Y$  das Volkseinkommen,  $r$  den Zinssatz,  $M$  die Geldmenge und  $G$  die Staatsausgaben. Es gilt  $0 < \frac{\partial C}{\partial Y} < 1$ ,  $\frac{\partial C}{\partial r} < 0$ ,  $\frac{\partial I}{\partial r} < 0$ ,  $\frac{\partial L}{\partial Y} > 0$  und  $\frac{\partial L}{\partial r} < 0$ .

- (a) Berechnen Sie die Steigung der IS- und der LM-Kurve! (6 Punkte)
- (b) Berechnen Sie, wie sich
  - (i) eine Änderung der Staatsausgaben und
  - (ii) eine Änderung der Geldmenge auf Volkseinkommen und Zins in der Ökonomie auswirken. Stellen Sie ihr Ergebnis graphisch dar. (18 Punkte)
- (c) Gehen Sie nun davon aus, dass  $\frac{\partial C}{\partial Y} = 0,8$ ,  $\frac{\partial C}{\partial r} = -0,1$ ,  $\frac{\partial I}{\partial r} = -0,2$ ,  $\frac{\partial L}{\partial Y} = 2$  und  $\frac{\partial L}{\partial r} = -0,5$ .  
Durch den Stabilitätspakt muss die Regierung die Staatsausgaben um 120 Einheiten senken. Gleichzeitig kündigt die Zentralbank an, die Geldmenge um 250 Einheiten erhöhen zu wollen. Wie wird sich das Volkseinkommen verändern? (6 Punkte)

4. Aufgabe (30 Punkte)

Gegeben sei folgende Ausgabenfunktion

$$m(p_1, p_2, u) = p_1 \left[ u + \alpha - \alpha \ln \left( \frac{\alpha p_1}{p_2} \right) \right].$$

- (a) Leiten Sie die Hick'schen Nachfragen her! Welchen Hilfssatz haben Sie verwendet? Geben Sie die ökonomische Intuition für diesen Hilfssatz an! (10 Punkte)
- (b) Finden Sie die indirekte Nutzenfunktion!  
Eine Eigenschaft der indirekten Nutzenfunktion ist, dass sie homogen vom Grade 0 in Preisen und Einkommen ist. Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft hier erfüllt ist und interpretieren Sie diese Eigenschaft ökonomisch.  
Welche anderen Eigenschaften der indirekten Nutzenfunktion sind Ihnen bekannt? Zeigen Sie, dass diese Eigenschaften hier erfüllt sind. (10 Punkte)
- (c) Leiten Sie die Marshall'schen Nachfragen her! Geben Sie die ökonomische Intuition für Roy's Identität an! (7 Punkte)
- (d) Was können Sie jetzt über die Präferenzen des Individuums sagen und woran haben Sie das erkannt? (3 Punkte)