Seminar für Versicherungswissenschaft
Prof. Ray Rees 19. Juli 2004

Diplomprüfung für Volkswirte
Mikroökonomie im Sommersemester 2004
Hauptstudium

Sie haben für diese Klausur 120 Minuten Zeit. Bearbeiten Sie alle 4 Aufgaben! Sie können davon ausgehen, dass bei allen Maximierungsproblemen die Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind. Außer Taschenrechner und Zeichenmaterial sind keine Hilfsmittel erlaubt. Viel Erfolg!

---

1. **Aufgabe: Entscheidung unter Unsicherheit (25 Punkte)**

   Der risikoaverse Max hat ein Vermögen von $w = 1000$ und sieht sich zwei möglichen Zuständen der Welt gegenüber. Im schlechten Zustand (S) erleidet er einen Schaden in Höhe von $L = 500$, im guten Zustand (G) erleidet er dagegen keinen Schaden. Die Wahrscheinlichkeit für Schaden betrage $p = \frac{1}{2}$. Das Verhalten von Max unter Unsicherheit entspricht der Erwartungsnutzenhypothese. Die strikt steigende und differenzierbare von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion sei mit $u(w) = lnw$ bezeichnet.

   (a) (6 Punkte) Berechnen Sie den Erwartungsnutzen, das Sicherheitsäquivalent und die Risikoprämie von Max. Skizzieren Sie die Situation in ein 2-Zustände-der-Welt-Diagramm und zeichnen sie auch das Sicherheitsäquivalent und die Risikoprämie ein.

   Max hätte die Möglichkeit, sich zu versichern. Auf dem Markt gibt es zwei Versicherungen A und B, bei denen Max beliebig viele Versicherungen kaufen kann. Die Versicherungen bieten jedoch unterschiedliche Versicherungsverträge an: Versicherung A verlangt eine fixe Zahlung $k = 10$ und eine

Prämie $\pi_A = \frac{1}{2}$ pro Versicherungspolice. Versicherung B verlangt zwar keine fixe Zahlung, jedoch eine höhere Prämie $\pi_B = \frac{3}{5}$ pro Versicherungspolice. Max muss sich für eine Versicherung entscheiden, d.h. er kann sich nicht sowohl bei A als auch bei B versichern.

(b) (11 Punkte) Bestimmen Sie für beide Versicherungen die Vermögen von Max in den beiden denkbaren Zuständen der Welt, falls Max q Versicherungspolicen kauft. Berechnen Sie dann ebenfalls für beide Versicherungsarten die optimale Zahl an Versicherungspolicen.

(c) (5 Punkte) Interpretieren Sie zunächst die beiden Ergebnisse aus Teilaufgabe (b) für die beiden Versicherungen und geben Sie dann an, für welche Versicherung sich Max entscheiden wird.

(d) (3 Punkte) Wie hoch darf die fixe Zahlung bei Versicherung A maximal sein, so dass sich Max für diese Versicherung A entscheidet und nicht für Versicherung B?

2. Aufgabe: Moralisches Risiko (25 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Prinzipal-Agenten-Modell (hidden action). Es gibt zwei mögliche Gewinnausprägungen $\pi_H = 20$ und $\pi_L = 10$. Die Wahrscheinlichkeiten für $\pi_i (i = h, l)$ hängen von der Aktion $a \in \{a_1, a_2\}$ des Agenten A ab:

$$f(\pi_H = 20 \mid a_1) = \frac{3}{4}$$
$$f(\pi_H = 20 \mid a_2) = \frac{1}{2}$$

Der Prinzipal P ist risikoneutral. Der Agent A hat die Nutzenfunktion $V = U(w) - c(a)$ und einen Reservationsnutzen von $\underline{\mathrm{U}} = 0$. Die privaten Kosten des Agenten sind $c(a_1) = ln5$ und $c(a_2) = ln3$.

(a) (7 Punkte) Angenommen, die Aktion des A ist beobachtbar und vertraglich spezifizierbar. Gehen Sie von $U(w) = lnw$ aus, so dass die Nutzenfunktion des A also $V = lnw - c(a)$ lautet. Geben Sie zunächst die Risikopräferenz des A an und berechnen Sie dann den optimalen Vertrag, den P dem A anbietet. Ist das Ergebnis effizient?

(b) (3 Punkte) Nun sei die Aktion des A weder beobachtbar, noch vertraglich spezifizierbar. $U(w)$ sei jetzt mit $U(w) = w$ gegeben, so dass die Nutzenfunktion des A jetzt $V = w - c(a)$ lautet. Geben Sie wiederum zunächst die Risikopräferenz des A an und erläutern Sie dann kurz **verbal**, welchen Vertrag P dem A anbieten sollte.

(c) (12 Punkte) Gehen Sie wieder davon aus, dass A die Nutzenfunktion $V = lnw - c(a)$ hat. Des Weiteren sei auch die Aktion weiterhin weder beobachtbar, noch vertaglich spezifizierbar.

i. Wie lautet das Maximierungsproblem?

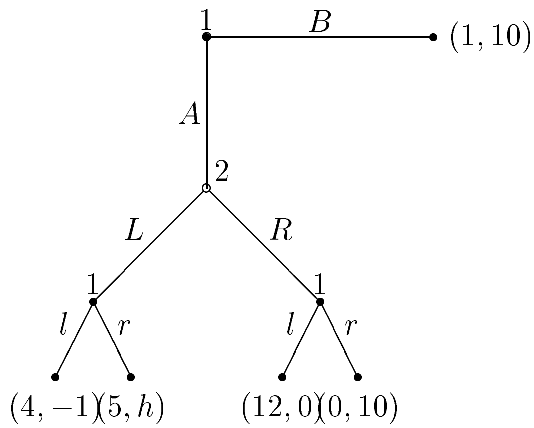
ii. Begründen Sie verbal, weshalb die Nebenbedingungen dieses Optimierungsproblems binden müssen.

iii. Berechnen Sie den optimalen Vertrag aus Sicht des P.

(d) (3 Punkte) Gehen Sie wieder von der Situation in Teilaufgabe (c) aus. Begründen Sie, warum es für P optimal sein kann, a_1 zu implementieren, wenn die Aktionswahl beobachtbar und verifizierbar ist, dagegen a_2, wenn die Aktionswahl nicht beobachtbar ist.

3. Aufgabe: Spieltheorie (20 Punkte)

Betrachten Sie folgendes Spiel in extensiver Form (wobei sich die erste Auszahlung jeweils auf Spieler 1 und die zweite Auszahlung auf Spieler 2 bezieht):



(a) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Strategien der Spieler.

(b) (7 Punkte) Bestimmen Sie die teilspielperfekten Gleichgewichte in Abhängigkeit von h. Erläutern Sie dabei Ihre Vorgehensweise.

Gehen Sie für die beiden folgenden Teilaufgaben davon aus, dass $h = 2$.

(c) (5 Punkte) Überführen Sie das Spiel in die Normalform und bestimmen Sie die Nash-Gleichgewichte.

(d) (5 Punkte) Grenzen Sie das Konzept eines teilspielperfekten Gleichgewichts von einem Nash-Gleichgewicht ab und begründen Sie, welche der in (c) bestimmten Nash-Gleichgewichte auch teilspielperfekt sind.

4. Aufgabe: Oligopoltheorie (25 Punkte)

Betrachten Sie einen Markt, der durch folgende inverse Nachfragefunktion beschrieben ist: $p = 1 - (q_1 + q_2)$. Auf diesem Markt gibt es nun zwei Firmen, 1 und 2, mit unterschiedlichen Kostenfunktionen. Die Kosten von Firma 1 betragen $C(q_1) = c_1 \cdot q_1$, analog betragen die Kosten für Firma 2 $C(q_2) = c_2 \cdot q_2$.

(a) (12 Punkte) Nehmen Sie nun an, beide Firmen wählen simultan die Mengen, die sie auf den Markt bringen werden. Leiten Sie die Reaktionsfunktion für jedes Unternehmen her. Bestimmen Sie nun analytisch die gleichgewichtigen Mengen, den gleichgewichtigen Preis und den Gewinn von Firma 1 im Gleichgewicht.

(b) (5 Punkte) Bestimmen Sie nun allgemein, für welche Werte von c_1 und c_2 beide Firmen positive Mengen anbieten werden. Stellen Sie Ihre Ergebnisse in einem $c_1 - c_2-$Diagramm dar.

Nehmen Sie nun an, $c_1 = \frac{1}{5}$ und $c_2 = \frac{2}{5}$. Gehen Sie außerdem davon aus, dass Firma 2 bei diesem simultanen Mengenwettbewerb einen Gewinn von $\pi_2 = \frac{2}{45}$ macht.

(d) (8 Punkte) Firma 1 erkennt nun, dass sie einen weit höheren Gewinn machen könnte, falls sie den Markt alleine bedienen würde. Deshalb will Firma 1 der Firma 2 eine fixe Zahlung Z anbieten, damit diese den Markt verlässt. Bestimmen Sie das Intervall, in dem Z liegen muss, so dass sich beide Firmen darauf einlassen.