Ludwig-Maximilians-Universität München
Seminar für Versicherungswissenschaft
Prof. Ray Rees
Versicherungsmärkte WS 2003 / 2004

# Klausur im Fach Versicherungsmärkte

**Beantworten Sie jeweils 2 der 3 Fragen.** Wenn Sie mehr als 2 Fragen beantworten, werden nur die beiden schlechtesten gewertet. Ihnen stehen 60 Minuten zur Bearbeitung der Klausur zur Verfügung. Die ungefähr erreichbaren Punkte sind bei den jeweiligen Teilaufgaben angegeben. Insgesamt können Sie 60 Punkte erreichen.

Beachten Sie, daß Sie unter "Fach" entweder "VWL"oder "VWL der Versicherungen" angeben müssen.

Vermerken Sie auf jedem Bogen zumindest Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.

Sie dürfen einen nicht–programmierbaren Taschenrechner verwenden.

**Viel Erfolg!**

# Teil A

**1.**
Ein Individuum verfügt über Einkommen $y_0$ und sieht sich mit Wahrscheinlichkeit $\pi$ dem Verlust $L < y_0$ gegenüber. Seine Nutzenfunktion ist beschrieben durch

$$
\begin{aligned}
u_2(y) &= \ln y && (1)\\
u_1(y) &= a + b \ln y \quad b > 0 && (2)
\end{aligned}
$$

wobei Zustand 1 der Zustand ohne Verlust ist.

(a) Unter welchen Bedingungen und in welchem Sinn ist die Nutzenfunktion "zustandsabhängig"? (6 Punkte)

(b) Leiten Sie die Nachfrage nach Versicherungsdeckung unter der Annahme fairer Prämien her und zeigen Sie den Effekt einer Veränderung im Einkommen auf die Nachfrage nach Deckung. Erklären Sie analytisch und zeichnerisch den Effekt, wenn man annimmt, daß $b < 1$, $b = 1$ bzw. $b > 1$ ist. (12 Punkte)

(c) Nehmen Sie nun an, daß die Prämie ein positives "loading" hat. Zeigen und diskutieren Sie den Effekt, den eine Veränderung der Prämie auf die Nachfrage nach Deckung hat. Erläutern Sie, inwiefern Ihre Antwort von dem Wert von $b$ abhängt. (12 Punkte)

**2.**
Ein risikoaverses Individuum hat ein Einkommen von 200 $ und sieht sich dem Risiko eines Verlustes gegenüber, der auf dem Intervall $[0, 100]$ gleichverteilt ist. Es kann nun zwischen zwei Verträgen wählen.

Vertrag A: Eine Prämie von 40 $ und volle Deckung oberhalb eines Selbstbehalts von 20 $.

Vertrag B: Eine Prämie von 40 $ und eine Deckung von 80% des Schadens.

(a) Sind die Prämien der jeweiligen Verträge fair? (6 Punkte)

(b) Welchen Vertrag wird es wählen? (6 Punkte)

(c) Erläutern Sie Ihre Antwort zu (b) sowohl numerisch als auch in einem Diagramm, indem Sie das Konzept der "second order stochastic dominance" anwenden. (18 Punkte)

**3.**
Zwei Individuen sehen sich zwei gleich wahrscheinlichen Zuständen der Welt gegenüber. Ihre Anfangsaustattungen betragen

| | Zustand 1 | Zustand 2 |
|---|---|---|
| Individuum 1 | 100 | 60 |
| Individuum 2 | 60 | 100 |

Ihre Nutzenfunktionen sind gegeben durch $u_i = 1 - e^{-r_i y_i}$, $i = 1, 2$, mit $r_1 = 1$, $r_2 = 2$.

(a) Finden Sie einen Pareto–effizienten Risiko–Aufteilungsvertrag. (3 Punkte)

(b) Illustrieren Sie Ihre Antwort in einer Zeichnung. (3 Punkte)

(c) Interpretieren Sie Ihre Antwort im Sinne eines Versicherungsvertrages. (3 Punkte)

(d) Nehmen Sie an, daß die Anfangsausstattung von Individuum 2 in Zustand 2 nun 80 beträgt. Wiederholen Sie die Antworten (a) – (c) für diesen Fall. (12 Punkte)

(e) Nehmen Sie nun an, daß die Nutzenfunktion von Individuum 2 durch $u_2 = y_2$ beschrieben wird. Wiederholen Sie die Antworten (a) – (c) für diesen Fall. (Benutzen Sie eine der beiden Anfangsausstattungen.) (9 Punkte)

# Teil B

**1. Versicherungsnachfrage**

Ein Individuum hat Einkommen von $y_0$ und sieht sich mit Wahrscheinlichkeit $\pi$ dem Risiko eines Verlustes $L < y_0$ gegenüber. Die Nutzenfunktion des Individuums ist gegeben durch

$$u_1(y) = 2 - \frac{1}{2}e^{-ry_1} \quad (3)$$
$$u_2(y) = 1 - e^{-ry_2} \quad (4)$$

wobei Zustand 1 der Zustand ohne Schaden ist.

**(a)** Interpretieren Sie diese Nutzenfunktion. (*6 Punkte*)

**(b)** Leiten Sie die Nachfrage nach Versicherungsdeckung $C$ gegeben der Prämie $P = \pi C$ her und vergleichen Sie Ihr Ergebnis so umfassend als möglich zu dem Fall in dem $u_1(y) \equiv u_2(y)$ gilt.(*12 Punkte*)

**(c)** Leiten Sie den Effekt eines Anstiegs des Schadens $L$ auf die Nachfrage nach Versicherungsdeckung her und diskutieren Sie Ihr Ergebnis. (*6 Punkte*)

**(d)** Nehmen Sie nun an, dass die Prämie durch $P = k + \pi C$, wobei $k > 0$ gegeben ist. Erläutern Sie den Effekt von $k$ auf die Versicherungsnachfrage. (*6 Punkte*)

**2. Selbstbehalt oder Zuzahlung**

Ein risikoaverses individuum hat ein Einkommen von 1200$ und sieht sich mit gleicher Wahrscheinlichkeit einem der möglichen Schäden $\{0, 200, 400, 600\}$ gegenüber. Das Individuum kann nun zwischen zwei Verträgen wählen:

*Vertrag A:* Prämie von 225$ und Vollversicherung über einen Selbstbehalt von 200$ hinaus;

*Vertrag B:* Prämie von 225$ und Teildeckung von 50% des Schadens.

**(a)** Sind die Prämien für die beiden Verträge fair? (*6 Punkte*)

**(b)** Welchen Vertrag wird es wählen? (*6 Punkte*)

**(c)** Nehmen Sie nun an, dass die Prämie in beiden Verträgen auf 150$ fällt. Wie verändert dies Ihre Antworten zu (a) und (b)? (*6 Punkte*)

**(d)** Erklären Sie Ihre Antworten sowohl rechnerisch als auch in einer Grafik. Wenden Sie dabei das Konzept der *second order stochastic dominance* an. (*12 Punkte*)

## 3. Risikoaufteilung

Individuum A hat Einkommen von 100$ und sieht sich mit Wahrscheinlichkeit 0.5 dem Risiko eines Schadens von $L = 60\$$ gegenüber. Seine Nutzenfunktion ist gegeben durch $u_A = \ln y_A$. Individuum B hat ein sicheres Einkommen von 200$ und seine Nutzenfunktion ist gegeben durch $u_B = \ln y_B$.

**(a)** Existiert in dieser Ökonomie soziales Risiko? (*2 Punkte*)

**(b)** Wenn A und B einen Pareto–effizienten Risikoaufteilungsvertrag aushandeln, was sind dann die qualitativen Eigenschaften dieses Vertrags? Illustrieren Sie Ihre Antwort in einem Diagramm. (*6 Punkte*)

**(c)** Nehmen Sie an, B gelingt es, sich den gesamten Überschuss aus dem Tauschhandel anzueignen. Beschreiben Sie nun exakt den Pareto–effizienten Vertrag zwischen den beiden. (*10 Punkte*)

**(d)** Nehmen Sie nun an, Individuum B würde von einem Syndikat aus 10.000 Individuen (jedes identisch zu B) ersetzt. Beschreiben Sie so detailliert wie möglich die Natur des daraus folgenden Vertrags. (*6 Punkte*)

**(e)** Nehmen Sie nun an, A sieht sich einem zweiten Schaden $D = 40\$$ gegenüber. Dieser ist nicht versicherbar und perfekt negativ mit $L$ korreliert. Wie verändert die Existenz dieses zweiten Schadens die Nachfrage nach Deckung gegen $L$ die A von dem Syndikat kaufen will? (*6 Punkte*)

# Teil C

**1. Moral Hazard / Prognose von Versicherungsnachfrage**

Die Präferenzen eines Individuums seien beschrieben durch die Nutzenfunktion $u(Y_i) - c(e)$ mit $u'(Y_i) > 0$, $u''(Y_i) < 0$, $c'(e) > 0$ und $c''(e) > 0$. $i$ kann die Ausprägungen $L$ (*Loss*) oder $N$ (*No Loss*) annehmen. Das Einkommen im Zustand $L$ ist $Y_L = Y - L - P + C$ und $Y_N = Y - P$ im Zustand $N$, wobei $P$ die Versicherungsprämie und $C$ die Versicherungsdeckung bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit für den Zustand $L$ ist $\pi(e)$ mit $\pi'(e) < 0$ und hängt vom Anstrengungsniveau $e$ des Versicherungsnehmers ab. Der Versicherungsmarkt sei kompetitiv, d.h. Sie dürfen annehmen, dass die Prämie fair gesetzt wird.

**(a)** Stellen Sie das Maximierungsproblem auf. Ersetzen Sie dabei das Maximierungsproblem in der Anreizverträglichkeitsbedingung durch die First Order Condition (First Order Approach). (*8 Punkte*)

**(b)** Zeigen Sie, dass Vollversicherung des Versicherungsnehmers nicht optimal sein kann.(*7 Punkte*)

Nun verändern wir das Setup ein wenig. Nehmen Sie an, dass es drei Zustände der Welt gibt, $N$ (No Loss), $l$ (kleiner Schaden) und $L$ (großer Schaden). Der Agent wählt sein Anstrengungsniveau nun **nicht mehr** kontinuierlich, sondern kann sich entweder anstrengen ($e = \bar{e}$) oder nicht ($e = 0$). Wenn er sich anstrengt, sind die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände gegeben durch $\pi_N(e = \bar{e}) = 0.7$, $\pi_l(e = \bar{e}) = 0.3$ und $\pi_L(e = \bar{e}) = 0$. Wenn er sich nicht anstrengt, betragen die Wahrscheinlichkeiten $\pi_N(e = 0) = 0.6$, $\pi_l(e = 0) = 0.3$ und $\pi_L(e = 0) = 0.1$.

**(c)** Beschreiben Sie den optimale Vertrag. Nehmen Sie an, dass man das hohe Anstrengungsniveau implementieren will und dass es keine Probleme mit "limited liability" gibt. Ist das First Best Ergebnis implementierbar? (*5 Punkte*)

Wenden wir uns nun der **Prognose von Versicherungsnachfrage** zu.

**(d)** Warum ist die Prognose der Nachfrage nach Versicherung in einem Markt für eine Versicherung interessant und wichtig? (*2 Punkte*)

**(e)** Welche Variablen kann man nutzen, um den Bedarf vorherzusagen? Nennen Sie zwei Beispiele. (*2 Punkte*)

**(f)** Beschreiben Sie den empirischen Zusammenhang zwischen BIP und Versicherungsnachfrage. Bieten Sie eine Erklärung für diesen Verlauf an. (*6 Punkte*)

## 2. Adverse Selection

In einem Markt gibt es Hoch– und Niedrigrisiken, die sich nur hinsichtlich ihrer jeweiligen Schadenseintrittswahrscheinlichkeiten unterscheiden. Diese Wahrscheinlichkeiten sind private Information der Versicherungsnehmer. Der Versicherungsmarkt ist kompetitiv und es sind Preis–Mengenverträge möglich.

**(a)** Beschreiben Sie die qualitativen Eigenschaften (d.h. Prämien, Deckungsgrad) des Rothschild–Stiglitz Gleichgewichtes.(*4 Punkte*)

**(b)** Leiten Sie, wie in der Vorlesung, das Rothschild–Stiglitz Gleichgewicht auf diesem Markt ab. Teilen Sie die Herleitung in fünf Teilschritte auf und unterstützen Sie Ihre Argumentation wenn nötig durch entsprechende Grafiken. (*20 Punkte*)

**(c)** Unter welchen Umständen kann es vorkommen, dass auf dem Markt kein Rothschild–Stiglitz Gleichgewicht existiert? Beschreiben Sie knapp, wie Wilson (1977) mit diesem Problem umgeht. Charakterisieren Sie knapp das resultierende Gleichgewicht. (*6 Punkte*)

## 3. Empirische Tests / Ex–Post Moral Hazard

Eines der Probleme bei der empirischen Analyse von Versicherungsmärkten liegt in der Beobachtbarkeit von Variablen, die in den Modellen zentrale Bedeutung haben.

**(a)** Erläutern Sie, warum die Beobachtbarkeit von Schäden bzw. gemeldeten Schäden eine Rolle spielen kann.(*4 Punkte*)

**(b)** Inwiefern können die Daten hier vom Problem einer endogenen Verzerrung geplagt sein? (Stichwort Selbstbehalt!) (*4 Punkte*)

**(c)** Wie könnte man mit diesem Problem umgehen? (*2 Punkte*)

Eine interessante Eigenheit des französischen Automobilversicherungsmarktes nutzen Chiappori und Salanie (1997) für ihren Test. In Frankreich können die Kinder von Eltern mit guter Unfallhistorie (d.h. niedriger Prämie) ebenfalls Beitragsermäßigungen erhalten.

**(d)** Wie wäre die Hypothese, wenn Adverse Selektion das wichtigste Problem auf diesem Markt wäre (und die Schadenswahrscheinlichkeiten "vererbbar" sind)? (*3 Punkte*)

**(e)** Wie wäre die Hypothese, wenn Moral Hazard das wichtigste Problem auf diesem Markt wäre? (*3 Punkte*)

**(f)** Welche der Hypothesen ist nach Chiappori und Salanie (1997) die wichtigere in diesem Markt? (*1 Punkte*)

Die berühmte RAND Studie beschäftigte sich mit dem Einfluss von Zuzahlungen auf die Höhe von Gesundheitsausgaben. Dies scheint grundsätzlich ein Problem des Ex–Post Moral Hazard darzustellen.

Betrachten Sie das folgende einfache Modell. Es gibt die zwei möglichen Zustände i(ll) und h(ealthy). Die Krankheitswahrscheinlichkeit $\pi$ ist exogen gegeben. Agenten maximieren ihren Nutzen über den Konsum von Behandlungsleistungen $x$ und eines Konsumgutes $y$. Beide Preise seien 1 und das Einkommen sei mit $Y$ gegeben.

Die Agenten können gegen Zahlung der Prämie $P$ Versicherung erwerben. Diese setzt eine Teilversicherungsrate von $c$, d.h. $(1-c)$ jeder konsumierten Einheit wird von der Versicherung bezahlt. Daraus ergeben sich die Nettoeinkommen $Y_i = Y - P - cx$ und $Y_h = Y - P$ in den jeweiligen Zuständen.

Der Erwartungsnutzen der Agenten ist gegeben durch

$$EU = \pi\left[u(Y_i) + v(x)\right] + (1-\pi)u(Y_h)$$

wobei $v(x)$ den Nutzen aus dem Konsum von Behandlungsleistungen beschreibt. Sowohl $u(\cdot)$ als auch $v(\cdot)$ seien konkav.

**(g)** Leiten Sie die Bedingung erster Ordnung des Problems des Agenten ab und erläutern Sie die resultierende Ineffizienz. (*7 Punkte*)

**(h)** Sollte der optimale Vertrag einen fixen Selbstbehalt oder eine variable Zuzahlung aufweisen? Argumentieren Sie kurz (Stichwort Informationsgehalt). (*4 Punkte*)

**(i)** Warum hat die RAND Studie eine solch herausgehobene Bedeutung, wenn man über empirische Tests auf Versicherungsmärkten spricht? (*2 Punkte*)