

Klausur (24.7.1998)

Lösen Sie 2 der folgenden Aufgaben, wobei Aufgabe 1 in jedem Fall bearbeitet werden muß. Sie sollten für jede Teilaufgabe von Aufgabe 1 nicht mehr als 15 Minuten einplanen. Lesen Sie die Aufgaben sorgfältig durch, und versuchen Sie sich an die Anweisungen (Tips) zu halten.

In Klammern hinter den Teilaufgaben ist angegeben, wie stark diese in die Bewertung der Aufgabe eingehen (s:sehr, m: mittel, w: wenig).

Viel Erfolg!

1. Ein Sammelsurium an Aufgaben

1.1. Erwartungsnutzentheorie

- a) Der Erwartungsnutzenausdruck ist linear in den Wahrscheinlichkeiten. Aus welchem Axiom folgt diese Eigenschaft? (Kurze Erklärung (3 Zeilen), warum Sie dieses Axiom genannt haben.) (w)
- b) Erläutern Sie kurz das St.Petersburg Paradox und argumentieren Sie, welche Konsequenzen man daraus für die Form der Nutzenfunktion ziehen kann. (m)
- c) Welche Konsequenzen ergeben sich aus dem erweiterten St.Petersburg Paradox für die Form der Nutzenfunktion? (w)
- d) Gegeben sei eine quadratische Nutzenfunktion: $u(x)=a+bx-cx^2$
Was muß man beachten, wenn man eine solche Nutzenfunktion benutzt? Warum wird diese Funktion häufig angewandt? Welche unschöne Eigenschaft hat diese Funktion? (m)

1.2. Risikovergleiche

- a) Was ist die Definition von SOSD? (m)
- b) Falls eine Verteilung F eine andere G bzgl. der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung dominiert, aber denselben Erwartungswert hat, welche Aussagen kann man dann bzgl. F und G machen? (m)
- c) Zeigen Sie in einem Diagramm, wann FOSD und wann SOSD vorliegt. (m)

1.3. Unfaire Versicherungen

Ein Individuum erleide mit Wahrscheinlichkeit π einen Schaden in Höhe von L. Die Versicherung verlangt eine Prämienrate in Höhe von $p=\lambda\pi$ mit $\lambda>1$. (d.h., falls das Individuum 1 DM im Schadensfall haben will, muß es $\lambda\pi$ an Prämie zahlen.)

- a) Zeichnen Sie die Situation in ein 2-Zustands Diagramm ein. Warum wird sich das Individuum nicht voll versichern? (s)
- b) Nun steige λ . Argumentieren Sie im Diagramm, oder mit Wissen aus der Vorlesung, daß die Nachfrage nach Versicherung sowohl steigen als auch fallen kann. (m)

1.4. Risiko-Spreading

Gegeben sei ein Risiko mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2 . Dieses Risiko wird auf n Personen aufgeteilt, so daß jeder $1/n$ des riskanten Projekts erhält. (Bsp. n Aktionäre)

- a) Wie groß ist die Varianz für jedes einzelne Individuum? (w)
- b) Unter der Annahme, daß das unsichere Projekt pro Individuum klein ist - wie hoch ist die Risiko-Prämie, welches das Individuum bereit wäre, für dieses Projekt zu zahlen. (Nutzen Sie dafür das Ergebnis aus der Vorlesung über die Form der Risikoprämie.) (m)
- c) Zeigen Sie, daß für $n \rightarrow \infty$, die Summe aller Risikoprämien gegen Null konvergiert. Nehmen Sie hierzu an, daß alle Individuen dieselbe Nutzenfunktion und dasselbe Anfangsvermögen haben. (m)
- d) Dieses Ergebnis ist als das Arrow-Lind Theorem bekannt. Für den Aktienmarkt besagt es, daß eine Firma mit einer sehr hohen Anzahl von Aktionären sich annähernd risikoneutral verhält. Was ist die intuitive Erklärung für dieses Phänomen? (w)

2. Unternehmen bei Kostenunsicherheit

Eine Unternehmerin habe eine logarithmische Nutzenfunktion. Ihr Vermögen sei 20. Die Kosten der Produktion pro Einheit seien entweder 1 oder 4, jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.5. Der Preis auf dem Markt sei p .

a) Formulieren Sie das Maximierungsproblem der Unternehmerin und bestimmen Sie die optimale Produktionsmenge als Funktion des Preises.

(s)

(Ergebnis: $x=20(p-c)/[(p-1)(4-p)]$, wobei c die erwarteten Stückkosten sind.)

b) Interpretieren Sie ihr Ergebnis, wobei sie den Parameter p variieren lassen. Wie hoch ist die optimale Produktionsmenge bei $p=3$? (m)

c) Betrachten Sie nun den Fall, wo bei der Produktion auch Fixkosten entstehen. Wie kann man diese in obiger Gleichung für die optimale Produktionsmenge berücksichtigen? Was ändert sich am Ergebnis? Warum? Welche zusätzliche Nebenbedingung muß man nun berücksichtigen? (m)

d) Die Unternehmerin habe die Möglichkeit, ihr Produkt an einem Futures-Markt zum Preis von pf zu verkaufen. Was ändert sich in diesem Fall? (w)

e) Die Fixkosten seien wieder 0, der Preis $p=3$. Die Unternehmerin engagiert eine Beratungsfirma, die 'just-in-time' Produktion einführt. Die Grenzkosten im guten Zustand der Welt fallen von 1 auf 0, allerdings steigen sie im schlechten Zustand der Welt auf 4,5, da hier auch die Zulieferer Probleme bekommen, was die Engpässe verstärkt. Die Unternehmensberater errechnen als Vorteil dieser 'just-in-time' Produktion $5*0,5=2,5$, wobei der erste Multiplikator die Produktionsmenge ist, der zweite die erwartete Kosteneinsparung. Warum beschreibt dies nicht den Vorteil der Unternehmerin? Ermitteln Sie die wahre Änderung des Erwartungsgewinns. (Hierzu müssen Sie nicht erneut den Erwartungsnutzen der Unternehmerin maximieren. Sie erhalten das Ergebnis auch bei geschickter Nutzung obiger Gleichung.) (s)

3. Marktgleichgewicht

Individuum A habe im Zustand a ein Vermögen von 2, im Zustand b ein Vermögen von 1. Die Wahrscheinlichkeiten beider Zustände sei jeweils 1/2. Es gibt Arrow-Wertpapiere auf beide Zustände zum Preis von 0,5 zu kaufen.

a) Zeichnen Sie obige Situation in ein geeignetes Diagramm ein. Wie viele Wertpapiere wird Individuum A kaufen bzw. verkaufen? Warum? Wie hoch ist sein Endvermögen in den jeweiligen Zuständen? (m)

b) Individuum B habe als Anfangsausstattung (1,2). Zeichnen Sie die entsprechende Edgeworth Box. Liegt ein soziales/individuelles Risiko vor? (w)

c) Welches Endvermögen werden beide Individuen haben? Ist dies effizient? (w)

Der Sozialplaner schreitet ein - es wird umverteilt. Das Vermögen von Individuum A betrage nun (1,5, 2,5) und das von B (1,5, 0,5).

d) Welche Arrow-Wertpapierpreise werden sich nun einstellen? (Tip: Nachdenken, nicht ausrechnen.) Wieso? (m)

e) Wie sieht jetzt das Endvermögen der beiden Individuen aus? Argumentieren Sie, das so etwas wie ein zweites Wohlfahrtsaxiom auch in der Erwartungsnutzentheorie existiert. (w)

f) Im Markt sei nun eine Aktie mit Auszahlung (1,5, 1) und eine Option darauf mit Strike-Preis 1 gegeben. Wie sieht der Auszahlungsvektor der Option aus? Wie teuer sind Aktie und Option? (Benutzen Sie dazu die obigen Angaben zu den Arrow-Wertpapieren.) (m)

g) Stellen Sie das Anfangsvermögen der Individuen mittels Aktie und Option dar. Würde, falls nur Aktien und Option auf dem Markt handelbar wären, das Endergebnis dasselbe sein? Warum? (m)

h) Im allgemeinen sind Wertpapiermärkte nicht vollständig. Was bedeutet dies? Welche Konsequenzen hat dies für das Marktergebnis? (m)