Lehrstuhl für Finanzwissenschaft
Prof. Dr. Ulrich Woitek

18. Juli 2003

Diplomvorprüfung für Volkswirte

Methoden der Volkswirtschaftslehre (VWL III)

Grundstudium

Sie haben für die Bearbeitung der folgenden 4 Aufgaben **120 Minuten** Zeit. Insgesamt können 60 Punkte erreicht werden. Alle Aufgaben gehen mit gleicher Gewichtung in die Benotung ein. Die angegebenen Punktezahlen zu den Teilaufgaben sind ungefähre Angaben und nicht verbindlich.

Alle Antworten müssen begründet werden!
Achten Sie bei der Erstellung von Graphiken auf eine ausreichende Beschriftung!

Bitte geben Sie auf **jedem** Papier Ihre vollständigen Angaben zur Person an, **mindestens** aber Ihren Namen **und** Ihre Matrikelnummer. Blätter, auf denen dies nicht angegeben ist, können nicht bewertet werden.

Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner

Viel Erfolg!

1. Aufgabe (15 Punkte)

   Ein Monopolist kann zwei Güter produzieren. Die inverse Nachfrage nach x_1 beträgt $p_1 = 8 - x_1$, die inverse Nachfrage nach x_2 beträgt $p_2 = 10 - 2x_2$. Die Grenzkosten der Produktion sind $c_1 = 3$ beziehungsweise $c_2 = 4$.

   (a) Welche Mengen wird der Monopolist im Optimum produzieren? Erläutern Sie kurz die Intuition Ihres Ergebnisses. (3 Punkte)

   (b) Gehen Sie nun davon aus, dass die Gesamtproduktion des Monopolisten maximal 3 Einheiten ereichen kann. Berechnen Sie wiederum die im Optimum produzieren Mengen. Wählen Sie eine geeignete Graphik, um Ihr Ergebnis zu veranschaulichen, und erläutern Sie Ihr Ergebnis. (5 Punkte)

   (c) Wegen der Beschränkung der Gesamtproduktion möchte der Staat die Produktion von x_2 fördern und führt eine Stücksubvention ein. Die Stücksubvention $s_2 \in (0, 4)$ reduziert die Grenzkosten c_2. Zeigen und erklären Sie graphisch (**keine Berechnung!**), wie sich die Subvention auf das Ergebnis auswirkt. (3 Punkte)

   (d) Gehen Sie nun wieder von der Situation in Teilaufgabe b) (ohne Subvention, aber mit Beschränkung der Gesamtproduktion) aus. Nehmen Sie an, dass nur bei der Produktion von x_1 Fixkosten F_1 anfallen. Wie hoch dürfen diese Fixkosten maximal sein, damit im Optimum eine positive Menge x_1 produziert wird? Ändern sich die im Optimum produzierten Mengen x_1 und x_2? Wie lautet Ihre Antwort, wenn die Fixkosten über dieser maximalen Schwelle liegen? (4 Punkte)

2. Aufgabe (15 Punkte)
   Ein Individuum konsumiert die beiden Güter x_1 und x_2 zu den jeweiligen Preisen $p_1 = 4$ und $p_2 = 2$. Es maximiert dabei seinen Nutzen, der durch folgende Nutzenfunktion gegeben ist:

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + a x_2$$

   Es kann maximal ein Budget von m ausgeben.

   (a) Stellen Sie das Optimierungsproblem des Individuums auf. Können die Nicht-Negativitätsbedingungen binden? Wenn ja, welche und unter welchen Bedingungen? Berechnen Sie die im Optimum konsumierten Mengen x_1^* und x_2^* für alle von Ihnen ermittelten Fälle. (5 Punkte)

   (b) Interpretieren Sie den Parameter a und erläutern Sie, welche Auswirkungen eine Änderung von a auf Ihr Ergebnis in Teilaufgabe (a) hat. (2 Punkte)

   Nehmen Sie für die folgenden Aufgaben an, dass $a = 1$ und $m = 2$. Zusätzlich muss das Individuum nun beachten, dass von x_1 und x_2 jeweils nur maximal $\frac{10}{16}$ konsumiert werden können.

   (c) Stellen Sie das Optimierungsproblem des Individuums und die Kuhn-Tucker-Bedingungen auf. (3 Punkte)

   (d) Argumentieren Sie:

      i. Ob und welche Nicht-Negativitätsbedingungen im Optimum binden.

      ii. Ob und welche Nebenbedingungen im Optimum binden.

      Berechnen Sie die im Optimum konsumieren Mengen x_1^* und x_2^* und überprüfen Sie so Ihre Argumentation. (5 Punkte)

3. Aufgabe (15 Punkte)

In einer Stadt leben zwei Individuen. Individuum 1 ist ein Fahrradfahrer und zieht ausschließlichen Nutzen aus Fahrradwegen g. Seine Nutzenfunktion ist daher gegeben als $u^1(g)$. Individuum 2 (mit Nutzenfunktion $u^2(y)$) ist ein Autofahrer und zieht ausschließlichen Nutzen aus Straßen y. Die beiden Güter werden von der Stadtverwaltung bereitgestellt, wobei sie Bereitstellungskosten von $c \cdot g \cdot y$ beachten muss. Bei der Wahl der optimalen Mengen maximiert die Stadt die Wohlfahrtsfunktion

$$W = \alpha u^1(g) + (1 - \alpha)u^2(y) - c \cdot g \cdot y$$

Es gilt: $\frac{du^1}{dg} > 0$, $\frac{d^2u^1}{dg^2} < 0$, $\frac{du^2}{dy} > 0$, $\frac{d^2u^2}{dy^2} < 0$.

(a) Interpretieren Sie die Kostenfunktion. Geben Sie die Bedingungen erster Ordnung an und überprüfen Sie, ob und gegebenenfalls unter welchen Bedingungen die Bedingungen erster Ordnung auch hinreichend für ein Maximum sind. (5 Punkte)

(b) Gehen Sie davon aus, dass die Bedingungen erster Ordnung hinreichend sind. Welchen Effekt hat eine marginale Erhöhung von α auf die im Optimum bereitgestellten Mengen g und y? Erläutern Sie die ökonomische Intuition Ihres Ergebnisses. (6 Punkte)

(c) Welche Auswirkung hat eine marginale Erhöhung von α auf die maximale Wohlfahrt? Welches Theorem benutzen Sie zur Berechnung? Erläutern Sie es kurz. (4 Punkte)

4. Aufgabe (15 Punkte)

Die Slutzky-Zerlegung für eine Veränderung des eigenen Preises p_i eines Gutes x_i ist gegeben durch

$$\frac{\partial D_i}{\partial p_i} = \frac{\partial H_i}{\partial p_i} - D_i \cdot \frac{\partial D_i}{\partial m}$$

wobei D_i die Marschall'sche und H_i die Hick'sche Nachfrage nach Gut i ist. m beschreibt das Budget, das dem Konsumenten zur Verfügung steht.

(a) Interpretieren Sie diese Zerlegung ausführlich. (4 Punkte)

(b) Stellen Sie die Slutzky-Zerlegung graphisch in einem x_1-x_2-Diagramm für ein normales und gewöhnliches Gut dar, wenn der Preis dieses Gutes sinkt. Zeichnen Sie in einer weiteren Graphik die Hick'sche und Marshall'sche Nachfrage nach diesem Gut. (5 Punkte)

(c) Ein Individuum hat die indirekte Nutzenfunktion

$$v(p_1, p_2, m) = ln(\frac{p_2}{p_1}) + (\frac{m}{p_2} - 1)$$

Berechnen Sie für Gut 2 alle in der Slutzky-Zerlegung enthaltenen Terme und zeigen Sie so, dass die Slutzky-Zerlegung gilt. (6 Punkte)