Diplomvorprüfung für Volkswirte
Methoden der Volkswirtschaftslehre (VWL III)
Grundstudium

Sie haben für die Bearbeitung der folgenden 4 Aufgaben **120 Minuten** Zeit. Insgesamt können 60 Punkte erreicht werden. Alle Aufgaben gehen mit gleicher Gewichtung in die Benotung ein. Die angegebenen Punktezahlen zu den Teilaufgaben sind ungefähre Angaben und nicht verbindlich.

Alle Antworten müssen begründet werden!

Achten Sie bei der Erstellung von Graphiken auf eine ausreichende Beschriftung!

Bitte geben Sie auf **jedem** Papier Ihre vollständigen Angaben zur Person an, **mindestens** aber Ihren Namen **und** Ihre Matrikelnummer. Blätter, auf denen dies nicht angegeben ist, können nicht bewertet werden.

Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner

Viel Erfolg!

1. Aufgabe (15 Punkte)

Ein Individuum habe die folgende indirekte Nutzenfunktion:

$$v(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1^\alpha p_2^{1-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < 1$$

- (a) Welche Eigenschaften der indirekten Nutzenfunktion sind Ihnen bekannt? Zeigen Sie, dass obige indirekte Nutzenfunktion diese Eigenschaften erfüllt. (4 Punkte)
- (b) Berechnen Sie die Marshall'schen Nachfragen D_1 und D_2 und interpretieren Sie eventuell benutzte Hilfssätze ökonomisch. (4 Punkte)
- (c) Berechnen Sie die Ausgabenfunktion und zeigen Sie, dass diese homogen vom Grade 1 in den Preisen ist. Erklären Sie die Intuition für dieses Resultat. (5 Punkte)
- (d) Leiten Sie die Hick'schen Nachfragen H_1 und H_2 ab. (2 Punkte)

2. Aufgabe (15 Punkte)

Ein Individuum konsumiert die beiden Güter x_1 und x_2 zu den jeweiligen Preisen $p_1 = 4$ und $p_2 = 5$. Es maximiert dabei seinen Nutzen, der durch folgende Nutzenfunktion gegeben ist:

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

Es kann maximal ein Budget von $m = 100$ ausgehen. Zusätzlich muss es berücksichtigen, dass es von Gut x_1 nicht mehr als 20 Einheiten konsumieren kann.

- (a) Stellen Sie das Optimierungsproblem des Individuums und die Kuhn - Tucker - Bedingungen auf. (3 Punkte)
- (b) Ist es möglich, dass die Nichtnegativitätsbedingungen im Optimum binden? (2 Punkte)
- (c) Nehmen Sie an, dass beide Nebenbedingungen im Optimum binden. Welches Güterbündel würde dann das Individuum konsumieren? Berechnen Sie die Steigung der Indifferenzkurve in diesem Punkt, vergleichen Sie sie mit der Steigung der Nebenbedingungen und argumentieren Sie, ob der gefundene Punkt (x_1, x_2) tatsächlich ein Optimum darstellt. (6 Punkte)
- (d) Nehmen Sie nun an, dass zunächst $\alpha = \frac{9}{10}$ gilt und der Wert dann auf $\alpha' = \frac{3}{5}$ fällt. Zeigen Sie grafisch, wie sich diese Änderung auf das Optimum auswirkt und begründen Sie Ihre Antwort verbal. (4 Punkte)

3. Aufgabe (15 Punkte)

Betrachten Sie einen Arbeiter, der für eine Firma zwei Güter herstellt. Die Menge der produzierten Güter ist gegeben durch $y_1 = f(x_1)$ und $y_2 = f(x_2)$, wobei $f(\cdot)$ eine streng konkave Funktion (d.h. $f'(\cdot) > 0$, $f''(\cdot) < 0$) ist und x_1 und x_2 die Arbeitsanstrengung des Arbeiters misst. Die Kosten, die dem Arbeiter dabei entstehen, sind gegeben durch $C(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + c \cdot x_1 \cdot x_2$. Die Preise für die beiden hergestellten Güter sind 1, d.h. $p_1 = p_2 = 1$.

Der Arbeiter bekommt als Lohn einen Anteil α am Erlös des Gutes 1 und einen Anteil β am Erlös des Gutes 2. Der Arbeiter maximiert sein Nettoeinkommen, das gegeben ist durch seinen Lohn abzüglich der Anstrengungskosten.

- (a) Stellen Sie die Zielfunktion des Arbeiters auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung, durch die die optimalen Anstrengungsniveaus x_1^* und x_2^* des Arbeiters implizit charakterisiert werden. (3 Punkte)
- (b) Überprüfen Sie, ob die Bedingungen erster Ordnung auch hinreichend für ein Maximum sind. Geben Sie (falls nötig) Bedingungen an, unter denen dies der Fall ist. (4 Punkte)
- (c) Gehen Sie im folgenden davon aus, dass die Bedingungen erster Ordnung auch hinreichend für ein Maximum sind. Wie ändert sich x_2^* , wenn sich der Parameter α ändert. (Tipp: Beachten Sie, dass c sowohl größer als auch kleiner als Null sein kann.) (4 Punkte)
- (d) Nehmen Sie nun an, dass $\frac{dx_1^*}{d\alpha} > 0$ und $\frac{dx_2^*}{d\alpha} = 0$. Wodurch ist der Gewinn des Firmenbesitzers gegeben? Wie ändert sich dessen Gewinn, wenn sich der Parameter α verändert? Interpretieren Sie Ihr Resultat ökonomisch. (4 Punkte)

4. Aufgabe (15 Punkte)

Ein Unternehmen produziert ein Gut y mit der Produktionsfunktion $f(x) = \sqrt{x}$. Dabei ist das Unternehmen der einzige Nachfrager nach dem Inputgut x (Monopsonist). Die **Grenzkosten** hängen von der nachgefragten Menge ab: $c(x) = \frac{1}{2}x$. Zusätzlich muss er einen fixen Kostenanteil in Höhe von $F = 10000$ tragen, der anfällt, sobald eine positive Menge produziert wird. (Seine Kostenfunktion ist also gegeben durch: $C(x) = \frac{1}{2}x \cdot x + 10000$.) Das Gut y wird auf einem vollkommenen Konkurrenzmarkt zum Preis $p = 2000$ verkauft. *Hinweis: Runden Sie gegebenenfalls auf ganze Zahlen!*

- (a) Welche Menge des Inputgutes fragt der Monopsonist im Optimum nach und zu welchen Kosten? Ist die Bedingung erster Ordnung auch hinreichend? (3 Punkte)
- (b) Zeigen Sie, dass der Monopsonist im Optimum weniger als die sozial optimale Menge nachfragt. Zeichnen Sie Ihr Ergebnis sowie den resultierenden Wohlfahrtsverlust in einer beschrifteten **Skizze** ein. (5 Punkte)
- (c) Gehen Sie davon aus, dass das soziale Optimum bei $x = 159$ liegt. Der Staat möchte den Wohlfahrtsverlust mit Hilfe einer Stücksubvention s verhindern. Wie hoch muss s gesetzt werden, damit der Monopsonist genau die sozial optimale Menge von x wählt? (Tipp: Die Stücksubvention s senkt die Grenzkosten $c(x) = \frac{1}{2}x$.) (3 Punkte)
- (d) Nun zahlt der Staat keine Stücksubvention mehr, sondern stellt dem Monopsonisten die Menge $x = 159$ kostenlos zur Verfügung. Was ist jetzt das für den Monopsonisten optimale x ? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)
- (e) Betrachten Sie wiederum das Maximierungsproblem des Monopsonisten ohne Staatseingriff. Der fixe Kostenanteil erhöht sich von $F = 10000$ auf $F = 20000$. Welche Inputmenge fragt der Monopsonist jetzt nach? (2 Punkte)