

## Diplomprüfung für Volkswirte

### Mikroökonomie Wintersemester 2000/2001

---

Sie haben für diese Klausur 60 Minuten Zeit. Bitte bearbeiten Sie beide Aufgaben. Außer Taschenrechner und Zeichenmaterial sind keine Hilfsmittel erlaubt. Insgesamt können 25 Punkte erreicht werden. Die maximale Punktzahl für die Aufgaben ist jeweils angegeben.

**Sie könne grundsätzlich davon ausgehen, daß bei allen Maximierungsproblemen die Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind!**

#### Aufgabe 1 (11 Punkte)

Betrachten Sie einen Markt, auf dem zwei Firmen in Cournot-Wettbewerb zueinander stehen (d.h. sie wählen ihre Produktionsmengen  $q_1$  und  $q_2$ ). Die Nachfrage auf dem Markt sei:  $p = 1 - (q_1 + q_2)$  wobei  $p$  der Marktpreis ist. Die Kosten der Firmen seien gegeben durch  $K_i(q_i) = \frac{q_i^2}{2}$ .

- a) Bestimmen Sie das Cournotgleichgewicht (Gleichgewichtsmengen und Gleichgewichtspreis).
- b) Nehmen Sie nun an, dass Firma 1 die Möglichkeit hat, dasselbe Gut als Monopolist auf einem anderen Markt abzusetzen. Die Menge, die auf diesem Markt abgesetzt wird, sei  $x_1$ . Firma 1 maximiert die Summe ihrer Gewinne auf beiden Märkten. Ihre Kostenfunktion lautet  $K_1(q_1, x_1) = \frac{(q_1 + x_1)^2}{2}$ . Die Nachfrage auf dem zweiten Markt sei  $p = 1 - x_1$ . Betrachten Sie das Cournot Spiel, in dem Firma 1  $q_1$  und  $x_1$  wählt und Firma 2 simultan  $q_2$  wählt. Stellen Sie das Maximierungskalkül von Firma 1 auf und ermitteln Sie die Reaktionsfunktion  $q_1^*(q_2)$ .
- c) Zeigen Sie, dass unter den Bedingungen von Teilaufgabe b) im Cournotgleichgewicht Firma 1  $q_1 = \frac{1}{7}$  wählt und Firma 2  $q_2 = \frac{2}{7}$ .

**Aufgabe 2** (14 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Prinzipal-Agent-Modell (hidden action) mit zwei möglichen Aktionen  $A = \{a_1, a_2\}$ .

Es gibt zwei mögliche Ausprägungen für den Gewinn:  $\pi_h$  und  $\pi_l$ . Die Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Gewinnniveaus hängen von den Aktionen des Agenten wie folgt ab:

$$\begin{aligned} f(\pi_h|a = a_1) &= \frac{3}{4} & f(\pi_l|a = a_1) &= \frac{1}{4} \\ f(\pi_h|a = a_2) &= \frac{1}{4} & f(\pi_l|a = a_2) &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Der Prinzipal ist risikoneutral. Der Agent habe die Nutzenfunktion  $V = U(w) - C(a)$  mit  $U(w) = \sqrt{w}$ .

Sei  $C(a_1) = 6$  und  $C(a_2) = 5$ . Schließlich sei der Reservationsnutzen des Agenten  $\underline{V} = 0$ .

- a) Nehmen Sie an, die Aktion des Agenten sei nicht beobachtbar und der Prinzipal möchte Aktion  $a_1$  implementieren. Stellen Sie das Maximierungskalkül des Prinzipals auf und leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung her.
- b) Berechnen Sie mit Hilfe des Resultates aus Teilaufgabe a) das optimale Entlohnungsschema (Aktion des Agenten ist weiterhin nicht beobachtbar!).
- c) Angenommen, im Falle eines niedrigen Gewinnes  $\pi_l$  besteht die Möglichkeit kostenlos ein Gutachten einer Unternehmensberatung anzufordern, welches die Konjunktur untersucht. Das Gutachten kann zwei Realisationen annehmen:  $s_g$  für gute Konjunktur und  $s_l$  für schlechte Konjunktur. Die Verteilung lautet:

$$\begin{aligned} f(s_g|a = a_1) &= 0 & f(s_l|a = a_1) &= 1 \\ f(s_g|a = a_2) &= \frac{4}{5} & f(s_l|a = a_2) &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Wie sieht der optimale Vertrag jetzt aus? Argumentieren Sie verbal.

- d) Nehmen Sie an, ein solches Gutachten im Falle eines niedrigen Gewinnes müßte bei Vertragsabschluß des Managers in Auftrag gegeben werden und ist nicht kostenlos. Wieviel wäre der Prinzipal maximal bereit für dieses Gutachten zu bezahlen? (Kurze Rechnung)