

Diplomprüfung für Volkswirte

Mikroökonomie Wintersemester 2002/2003

Sie haben für diese Klausur 120 Minuten Zeit. Bitte bearbeiten Sie alle drei Aufgaben. Außer Taschenrechner und Zeichenmaterial sind keine Hilfsmittel erlaubt. Insgesamt können 40 Punkte erreicht werden. Die maximale Punktzahl für die Aufgaben ist jeweils angegeben.

Sie können grundsätzlich davon ausgehen, dass bei allen Maximierungsproblemen die Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind!

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Ein mittelständischer Besitzer einer Schuhfabrik hat k Euro Kapital. Er kann das Geld auf sein Konto legen, wobei er eine sichere Rendite von i erhält. Zum gleichen Zinssatz kann er einen zusätzlichen Kredit aufnehmen.

Alternativ kann er den Betrag a , $a \in \mathbb{R}_0^+$ in die Entwicklung eines neuen Turnschuhs in seinem Unternehmen investieren. Mit Wahrscheinlichkeit $0 < \pi < 1$ sind Turnschuhe im nächsten Jahr im Trend und die Investitionen erbringen eine Rendite von x_h . Mit Wahrscheinlichkeit $1 - \pi$ sind Turnschuhe out und die Rendite ist nur x_l , wobei gilt: $x_l < i < x_h$ und $E[\tilde{x}] = \mu > i$.

Die von Neumann-Morgenstern Nutzenfunktion des Unternehmers sei $u(w) = -\frac{1}{2}(w - \bar{w})^2$, wobei das Sättigungsniveau \bar{w} größer ist als jedes in der Aufgabe auftretende Konsumniveau w .

- a) Wie hoch ist der optimale Betrag a^* , den der Unternehmer in die Entwicklung des Turnschuhs investiert?
- b) Wird der Unternehmer mehr oder weniger in die Turnschuhentwicklung investieren, wenn er mehr Kapital besitzt? Auf welche Art der Risikoaversion können Sie daraus schließen? Sie sollen NICHT einfach die verschiedenen Koeffizienten berechnen!

- c) Nehmen Sie nun an, die Auszahlungen der Investition in die Turnschuhentwicklung sind mit Wahrscheinlichkeit π

$$x'_h = x_h + 1$$

und mit Wahrscheinlichkeit $1 - \pi$

$$x'_l = x_l - \frac{\pi}{1-\pi}.$$

Wird der Unternehmer in diesem Fall mehr oder weniger in die Turnschuhentwicklung investieren? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis!

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zwei Investoren haben auf ihrem Konto bei einer Bank jeweils den Betrag B liegen. Sie können diesen Betrag vorzeitig abheben oder bis zum Ende des Jahres auf dem Konto lassen.

Die Bank hat das Geld langfristig investiert. Hebt keiner der beiden Investoren sein Geld vorzeitig ab, so erwirtschaftet die Bank einen Betrag von $2G$, wobei $G > B$. Hebt nur einer der Investoren sein Geld vorzeitig ab, so muss die Bank das Investitionsprojekt vorzeitig liquidieren und erwirtschaftet nur $2g$.

- Lassen beide Investoren das Geld bis zum Ende des Jahres auf der Bank, so erhält jeder G . Hebt nur einer der Investoren sein Geld vorzeitig ab, so erhält er den Betrag B abzüglich einer Strafe s , $s < B$. Der andere erhält, was übrig ist: $2g - B + s$. Es gilt $B - s > g > \frac{B-s}{2}$. Heben beide vorzeitig ab, so erhält jeder g . Ermitteln Sie die Normalform dieses Spiels und bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte!
- Nehmen Sie jetzt an, der Staat garantiert die Bankeinlagen, so dass jeder Investor, der sein Geld vorzeitig abhebt, $B - s$ erhält und jeder der Investoren, der sein Geld auf der Bank lässt, auch dann B erhält, wenn der andere Investor sein Geld abgehoben hat. Lassen beide das Geld auf der Bank, so erhalten beide weiterhin G . Ermitteln Sie die Normalform dieses Spiels und bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte!
- Wieviel Geld muss der Staat in Teilaufgabe b) im Erwartungswert bezahlen? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis!

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Prinzipal-Agent-Modell (hidden action) mit zwei möglichen Aktionen $A = \{a_1, a_2\}$.

Es gibt zwei mögliche Ausprägungen für den Gewinn: $\pi_h = 1600$ und $\pi_l = 400$. Die Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Gewinnniveaus hängen von den Aktionen des Agenten wie folgt ab:

$$\begin{aligned} f(\pi_h|a = a_1) &= \frac{2}{3} & f(\pi_l|a = a_1) &= \frac{1}{3} \\ f(\pi_h|a = a_2) &= \frac{1}{3} & f(\pi_l|a = a_2) &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Der Agent habe die Nutzenfunktion $V = U(w) - C(a)$ mit $U(w) = \sqrt{w}$.

Sei $C(a_1) = 5$ und $C(a_2) = 4$. Schließlich sei der Reservationsnutzen des Agenten $\underline{V} = 0$.

- a) Nehmen Sie an, der Prinzipal ist risikoneutral und möchte Aktion a_1 implementieren. Die Aktion des Agenten sei nicht beobachtbar. Stellen Sie das Maximierungskalkül des Prinzipals auf und berechnen Sie das optimale Entlohnungsschema.
- b) Nehmen Sie jetzt an, der Prinzipal ist risikoavers, seine von Neumann-Morgenstern Nutzenfunktion ist $U(G) = \sqrt{G}$, wobei G der Gewinn ist, den er in einem Zustand der Welt macht. Er möchte wieder Aktion a_1 implementieren. Die Aktion des Agenten sei beobachtbar und kontrahierbar. Stellen Sie das Maximierungskalkül des Prinzipals auf und berechnen Sie das optimale Entlohnungsschema.
- c) Der Prinzipal ist immer noch risikoavers, die Aktion ist aber nicht beobachtbar und nicht kontrahierbar. Der Prinzipal möchte wieder Aktion a_1 implementieren. Wie sieht jetzt das optimale Entlohnungsschema aus? Tipp: Verwenden Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe b).