

Diplomprüfung für Volkswirte

Mikroökonomie Wintersemester 2001/2002

Sie haben für diese Klausur 60 Minuten Zeit. Bitte bearbeiten Sie beide Aufgaben. Außer Taschenrechner und Zeichenmaterial sind keine Hilfsmittel erlaubt. Insgesamt können 25 Punkte erreicht werden. Die maximale Punktzahl für die Aufgaben ist jeweils angegeben.

Sie können grundsätzlich davon ausgehen, dass bei allen Maximierungsproblemen die Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind!

Aufgabe 1 (13 Punkte)

Betrachten Sie das folgende dreistufige Spiel zwischen einem selbständigen Softwareentwickler (S) und einem Konzern (K), für den S ein Programm entwickelt:

Auf Stufe 1 muss sich S entscheiden, ob er sich bei der Entwicklung anstrengen will oder nicht. Wenn er sich nicht anstrengt, so ist das Programm für K wertlos, das Spiel endet und beide erhalten eine Auszahlung von 0. Wenn S sich anstrengt, so hat er Kosten von Euro c unabhängig davon, ob er die Erfindung später an den Konzern verkauft oder nicht. Das Programm hat in diesem Fall einen Wert von Euro v ($\frac{v}{2} > c > 1$) für K und das Spiel geht weiter auf Stufe 2

Auf Stufe 2 macht K ein Kaufangebot an S. Das Angebot kann entweder großzügig sein, so dass K Euro $\frac{v}{2}$ an S bezahlt, oder es ist niedrig, nur Euro 1.

Auf Stufe 3 entscheidet sich S, ob er das Angebot von K annimmt. In diesem Fall erhält er den angebotenen Kaufpreis, lehnt er ab, so erhält er kein Geld, da das Programm firmenspezifisch ist und an niemanden sonst verkauft werden kann.

- a) Zeichnen Sie die extensive Form dieses Spieles.
- b) Wieviele Strategien haben die beiden Spieler? Nennen Sie alle Strategien!
- c) Bestimmen Sie das teilspielperfekte Nash Gleichgewicht dieses Spiels.
- d) Angenommen, K könnte sich vor Beginn des Spieles verpflichten Euro $s > \frac{v}{2} - 1$ Strafe an den Staat zu bezahlen, falls er ein niedriges Angebot macht. Wie sieht die extensive Form dieses Spiels aus? Welches teilspielperfekte Gleichgewicht ergibt sich?
- e) Würde K eine solche freiwillige Selbstverpflichtung eingehen wollen? Erläutern Sie *kurz* verbal Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Ein Investor verfügt über ein Anfangsvermögen von 1. Dieses Vermögen kann er auf ein sicheres und ein unsicheres Wertpapier aufteilen. Das sichere Wertpapier hat einen Preis von $p_s = 1$ und zahlt in allen Zuständen der Welt $1 + r$ aus. Das unsichere Wertpapier kostet p_u und zahlt mit Wahrscheinlichkeit π_1 $1 + x_1$ und mit Wahrscheinlichkeit π_2 $1 + x_2$ und schließlich mit Wahrscheinlichkeit $1 - \pi_1 - \pi_2$ $1 + x_3$, wobei $0 < x_1 < x_2 < x_3$ und $\frac{1+x_1}{p_u} < 1 + r < \frac{1+x_3}{p_u}$. Die von Neumann-Morgenstern Nutzenfunktion des Investors sei $u(x) = \ln(x)$.

- a) Stellen Sie das Maximierungskalkül des Investors auf und leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung für den optimalen Anteil α des Vermögens her, der in das unsichere Wertpapier investiert wird. Sie brauchen *nicht* nach α auflösen!

Nehmen Sie an es gibt eine Option auf das unsichere Wertpapier, die der Investor zum Preis p_o erwerben kann. Eine Option gibt dem Investor die Möglichkeit (aber nicht die Verpflichtung!), zum in der Option festgelegten Preis s eine Einheit des Wertpapiers zu kaufen. Die Entscheidung, die Option auszuüben, also eine Einheit des unsicheren Wertpapiers zu kaufen, findet statt, nachdem bekannt ist, ob das Wertpapier $1 + x_1$, $1 + x_2$ oder $1 + x_3$ auszahlen wird. Wenn die Option nicht ausgeübt wird, so erhält der Investor nichts. Nehmen Sie an, dass $1 + x_2 < s < 1 + x_3$.

- b) Angenommen der Investor besitzt eine Option auf den Kauf des unsicheren Wertpapiers zum Preis s . In welchen Zuständen der Welt würde der Investor die Option ausüben? Welche Auszahlungen erhält der Investor in den einzelnen Zuständen der Welt, falls er für sein gesamtes Vermögen Optionen kauft?
- c) Nehmen sie an eine Option kostet $p_o < \frac{1+x_3-s}{1+r}$ und kann in beliebig kleinen Bruchteilen gekauft werden. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung für den optimalen Anteil α_o am Vermögen, den der Investor in Optionen investiert, wenn er nur die Auswahl zwischen dem sicheren Wertpapier und der Option hat. Der Investor kann *nicht* in das unsichere Wertpapier investieren! Es gilt weiterhin $1 + x_2 < s < 1 + x_3$. Sie brauchen *nicht* nach α_o auflösen!