

Klausur zu Vorlesung und Übung Versicherungsmärkte am 8.3.1996

Bearbeiten Sie 2 der 3 folgenden Aufgaben. Bearbeitungszeit 120 Minuten.

1. Optimale Versicherungsnachfrage:

Betrachten Sie ein risikoaverses Individuum mit Erwartungsnutzenfunktion $u(y)$ und Vermögen y , das mit Wahrscheinlichkeit π einen Verlust in Höhe von v erleidet und sich dagegen zur proportionalen Prämie p versichern kann (d.h. im Tausch gegen eine Deckungszahlung C der Versicherung im Schadensfall muß das Individuum in beiden Zuständen der Welt eine Prämie von pC zahlen). Das Individuum maximiert über die Wahl der optimalen Deckung C .

- (a) Stellen Sie das Optimierungsproblem auf und leiten Sie die Optimalitätsbedingung her.
- (b) Stellen Sie die optimale Lösung graphisch dar.
- (c) Wann wird die Prämie fair genannt? Was ist der Grund für diese Bezeichnung?
- (d) Begründen Sie folgende Aussage: „Wenn die Prämie fair ist, dann ist die optimale Versicherungsnachfrage unabhängig vom ursprünglichen Vermögen y “.
- (e) Leiten Sie für $u(y) = \ln y$ die optimale Deckung $C(y, v, p, \pi)$ her. Sie dürfen Ihr Ergebnis aus (a) verwenden.

2. Optimale Risikoverteilung:

Gegeben seien zwei risikoaverse Individuen A und B mit Erwartungsnutzenfunktionen $u(\cdot)$ und $v(\cdot)$. Der Zustand der Welt θ ist eine Zufallsvariable (mit Dichte $f(\theta)$). θ bestimmt $x(\theta)$, das Einkommen, das an beide Individuen verteilt werden kann (B bekommt y , A den Rest, also $x - y$). Gesucht wird eine paretooptimale Verteilung des Risikos mittels $y(\theta)$.

- (a) Gegeben sei eine Funktion $y^*(\theta)$, die die gewichtete Erwartungsnutzensumme

$$\alpha_1 \int u(x(\theta) - y(\theta))f(\theta)d\theta + \alpha_2 \int v(y(\theta))f(\theta)d\theta$$

mit $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ maximiert. Warum kann man daraus schließen, daß $y^*(\theta)$ eine paretooptimale Risikoverteilung darstellt?

- (b) Zeigen Sie, daß für jede paretooptimale Risikoverteilung gilt:

$$y'(\theta) = \frac{A_u(x(\theta) - y(\theta))}{A_u(x(\theta) - y(\theta)) + A_v(y(\theta))} x'(\theta)$$

- (c) Berechnen Sie die paretooptimale Risikoverteilung $y(x)$ für $u(y) = v(y) = \sqrt{y}$ und x gleichverteilt zwischen 0 und 20, die B auf das Nutzenniveau $\sqrt{5}$ bringt.

3. Informationsökonomie:

- (a) Geben Sie einen Überblick über die verschiedenen Teilbereiche der Informationsökonomie.
- (b) Was besagt das Revelationsprinzip? Kommentieren Sie insbesondere folgende Aussage: „Bei Adverser Selektion zeigt das Revelationsprinzip, daß ein Mechanismus nicht optimal sein kann, wenn die Agenten unter ihm ihren Typ nicht wahrheitsgemäß offenbaren“.
- (c) Adverse Selektion auf einem kompetitiven Versicherungsmarkt (Rothschild–Stiglitz–Modell):
- i. Definieren Sie die zwei prinzipiell denkbaren Gleichgewichtstypen.
 - ii. Zeigen Sie graphisch, daß ein Pooling–Vertrag kein Gleichgewicht sein kann.