Seminar für Wirtschaftstheorie
Prof. Dr. Klaus M. Schmidt

9. August 2001

Diplomvorprüfung für Volkswirte

Methoden der Volkswirtschaftslehre (VWL III)

Grundstudium

Sie haben für die Bearbeitung der folgenden 5 Aufgaben **120 Minuten** Zeit. Insgesamt können 100 Punkte erreicht werden. Alle Aufgaben gehen mit gleicher Gewichtung in die Benotung ein.

Alle Antworten müssen begründet werden!

Bitte geben Sie auf jedem Papier Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer an. Blätter, auf denen dies nicht angegeben ist, können nicht bewertet werden.

Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner

Viel Erfolg.

1. Aufgabe (20 P.)

Eine Studentin bereitet sich (natürlich über ein ganzes Semester hinweg!) auf Prüfungen in zwei Fächern vor. Sie nimmt die erreichbare Punktzahl $g_i(t_i)$ in jedem Fach $i = 1, 2$ als Funktion der eingesetzten Vorbereitungszeit in Wochenstunden t_i an. Die Studentin möchte die durchschnittliche Punktzahl abzüglich der Summe der Anstrengungskosten $c_i(t_i)$ maximieren.

(a) Geben Sie allgemein die notwendigen Bedingungen für den optimalen Arbeitseinsatz (in Wochenstunden) für jedes der beiden Fächer an.

(b) Wie hoch ist der optimale Arbeitseinsatz, wenn

$$g_1 = 20 + 20 \cdot t_1$$

$$g_2 = 40 + 8 \cdot t_2$$

$$c_1(t_1) = t_1^2$$

$$c_2(t_2) = t_2^2$$

Zeigen Sie, dass das von Ihnen berechnete Optimum ein globales Maximum darstellt.

Interpretieren Sie den Verlauf der Anstrengungskosten ökonomisch.

(c) Ein anderer Student hat dieselbe Nutzenfunktion und legt dieselben Prüfungen ab, wobei g_1, g_2 und c_1 wie in Teilaufgabe b) gegeben sind. Allerdings betragen seine Anstrengungskosten für das zweite Fach

$$c_2(t_2) = 2 \cdot t_2$$

und er hat nur 7 Wochenstunden Vorbereitungszeit für beide Fächer zur Verfügung. Wird er weniger Zeit auf Fach 1 verwenden als seine Kommilitonin?

Argumentieren Sie mit Hilfe der Bedingungen erster Ordnung, die Sie zu Beginn der Aufgabe berechnet haben, und berechnen Sie die neuen Optima. Lösen Sie **nicht** das beschränkte Maximierungsproblem.

2. Aufgabe (20 P.)

Ein Konsument erzielt in zwei Perioden $t = 1, 2$ ein Einkommen $m_t > 0$, so dass seine Einkommensausstattung gegeben ist mit (m_1, m_2). Er gibt dieses Einkommen für ein Gut aus, von dem er in Periode 1 x_1 Einheiten konsumiert und in Periode 2 x_2 Einheiten. Der Preis des Gutes sei auf 1 normiert. Weiterhin kann der Konsument in Periode 1 am perfekten Kapitalmarkt zum Zinssatz r Geld anlegen oder einen Kredit aufnehmen, den er allerdings in Periode 2 zurückzahlen muss.

(a) Leiten Sie die intertemporale Budgetbeschränkung des Konsumenten her und berechnen Sie die Steigung der Budgetgeraden im $(x_1 - x_2)$-Raum.

(b) Die Nutzenfunktion des Konsumenten ist gegeben mit

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2^b$$

wobei $b > 0$ gilt. Stellen Sie das Maximierungsproblem des Konsumenten mit der Budgetbeschränkung aus Teilaufgabe a) auf und leiten Sie die notwendigen Bedingungen für den optimalen Konsumplan ab. Interpretieren Sie die Tangentialbedingung, die Sie aus den Bedingungen erster Ordnung erhalten, ökonomisch. Wie kann man den Parameter b interpretieren?

(c) Berechnen Sie die optimalen Werte von x_1 und x_2. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit die Bedingungen erster Ordnung hinreichend für ein globales Maximum sind?
(Sie brauchen diese Bedingungen nur zu nennen und nicht zu zeigen, dass sie hier erfüllt sind.)

(d) Wie wirkt eine Änderung des Barwertes des Vermögens des Individuums (bei konstantem Zinssatz) auf die im Optimum konsumierten Mengen x_1^* und x_2^*? Sind x_1 und x_2 normale Güter?
Berechnen Sie die Wirkung einer Änderung des Barwertes auf den Wert der Zielfunktion im Optimum und interpretieren Sie sie ökonomisch.

3. Aufgabe (20 P.)

In einer geschlossenen Volkswirtschaft wird das Volkseinkommen Y für Konsum

$$C(Y, r) = 0,8 \cdot Y - r$$

und Ersparnis S ausgegeben. Die Investitionen hängen von Y und dem Zinssatz r wie folgt ab:

$$I(Y, r) = I_0 + 0,1 \cdot Y^{\frac{1}{2}} - r$$

I_0 ist ein zinsunabhängiges exogenes Investitionsniveau, z. B. dauerhafte staatliche Investitionen in Infrastruktur.

Die Geldnachfrage ist

$$L(Y, r) = 30 + 0,2 \cdot Y^{\frac{1}{2}} - 4 \cdot r$$

Die Zentralbank stellt die Geldmenge M_0 zur Verfügung.

(a) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für Güter- und Geldmarkt auf. Betrachten Sie beide Märkte separat und ermitteln Sie jeweils, wie der Zins im Gleichgewicht auf eine Änderung des Volkseinkommens reagiert.

(b) Betrachten Sie nun ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht beider Märkte. Welche Parameter sind in diesem Modell exogen, welche endogen? Wie ändern sich Volkseinkommen und Zins, wenn der Staat das Investitionsniveau I_0 senkt?

(c) Der Staat erhöht seine exogenen Investitionen von I_0 auf $I_1 > I_0$. Ermitteln Sie, um wieviel sich dadurch das Volkseinkommen im gesamtwirtschaftlichen Gleichgewicht ändert.

4. Aufgabe (20 P.)

Ein Individuum hat die quasilineare Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = ln(x_1) + x_2$. Sein Einkommen m kann es für den Konsum der beiden Güter x_1, x_2 bei gegebenen Preisen p_1, p_2 ausgeben.

(a) Zeigen Sie, dass die Steigung einer Indifferenzkurve nur von x_1 abhängt.

(b) Stellen Sie das Nutzenmaximierungsproblem des Konsumenten auf und berechnen Sie die Marshall'sche Nachfrage nach x_1 und x_2 sowie die indirekte Nutzenfunktion. Leiten Sie aus dieser die Ausgabenfunktion ab.
(Zwischenergebnis: Ausgabenfunktion: $m(u, p_1, p_2) = p_2(u + 1 - ln(\frac{p_2}{p_1}))$.)

(c) Durch Entstehen eines Monopols kommt es zu einem Preisanstieg für Gut 1. Der Staat überlegt, ob er den Monopolisten in dem Maße subventionieren soll, dass dieser wieder zu alten Preisen anbietet, oder ob er die Konsumenten, deren Präferenzen wie oben angegeben sind, bar entschädigen soll. Soll der Staat die Kompensierende oder die Äquivalente Variation bei seiner Entscheidung berücksichtigen?
Berechnen Sie beide Maße für einen Konsumenten im obigen Beispiel, wenn p_1 auf p_1' ansteigt und das Nutzenniveau dabei von u auf u' sinkt.

(d) Kommentieren Sie folgenden Satz kurz im Hinblick auf quasilineare Präferenzen:
Bei einer Preissenkung wird die Kompensierende Variation durch die Fläche unter der Marshallschen Nachfragekurve überschätzt.

5. Aufgabe (20 P.)

In zwei Ländern $i = 1, 2$ arbeitet jeweils ein Unternehmen, wobei beide Unternehmen identische Produktionstechnologien $f(l_i)$ $(f'(l_i) > 0, f''(l_i) < 0)$ verwenden, mit denen sie ein Gut y für den Weltmarkt produzieren, das dort zum Preis p verkauft wird. Einziger Inputfaktor ist Arbeit l_i, wobei für jede Arbeitseinheit ein Lohnsatz w_i bezahlt werden muss. Keines der Unternehmen besitzt Marktmacht, sondern verhält sich wie unter vollkommener Konkurrenz.

(a) Nehmen Sie zunächst an, dass der Faktor Arbeit nicht mobil ist, d. h. es gibt auf jedem Markt ein fixes Arbeitsangebot, wobei $\bar{l}_1 > \bar{l}_2$. Was bedeutet dies für das Verhältnis der gleichgewichtigen Löhne w_1^*, w_2^*?

(b) Gehen Sie nun davon aus, dass perfekte Mobilität der Arbeitskräfte zwischen den Ländern herrscht. Diskutieren Sie verbal die Auswirkung auf w_1^* und w_2^*. Stellen Sie die alte und neue Situation in **einer** Graphik dar.

(c) Berechnen Sie mit Hilfe des Envelope-Theorems, wie sich der Gewinn eines der beiden Unternehmen in der Situation aus Teilaufgabe b) ändert, wenn sich im Optimum der Weltmarktpreis marginal erhöht. Erklären Sie kurz, was das Envelope-Theorem besagt und warum Sie es hier verwenden dürfen.